



МЕТОДА АНГЕЛОВА ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ДИНАМИЧКЕ ПАРАЛАКСЕ И МАСА КОМПОНЕНАТА ВИЗУЕЛНО ДВОЈНИХ ЗВЕЗДА

15. децембар 2020.

ПРОФ. ДР ТРАЈКО АНГЕЛОВ

Рођен 9. августа 1945. године у Велесу, Македонија
Основну школу и гимназију завршио је у родном месту
Уписао је астрономију на Природно-математичком факултету у
Београду 1964/65. године
Дипломирао је на смеру астрофизика 6. јануара 1969. године



Од 1.02.1969. до 1.06.1970. године радио је на Астрономској опсерваторији у Београду,
прво у групи за релативне координате, а затим у астрофизичкој групи
1.06.1970. године запошљава се као асистент на Институту за астрономију ПМФ-а у
Београду

Последипломске студије уписао је 1970/71. на астрофизичком смеру и магистарски рад
Прилог изучавању модела звезда хомогене структуре на стадијуму реакције водоника
је одбранио 20.10.1972. године
У току школске 1977/78. провео је 10 месеци на Онджејевској астрономској
опсерваторији где је радио на својој докторској дисертацији *Прилог теорији звезданих*
омотача коју је одбранио 27.02.1981. године

За доцента је изабран 1981., за ванредног професора 1991., а за редовног професора 1996. године

Као асистент је држао вежбе из *Опште астрономије, Опште астрофизике и Теоријске астрофизике*

На основним студијама астрофизике предавао је предмете *Структура и еволуција звезда* и *Звездана астрономија*

Предавао је *Основи астрофизике* студентима физике А смера од 1996/1997

На последипломским студијама држао је наставу из предмета *Физика звезда* и *Галактичка спирална структура*

Управник Института за астрономији био је од 1991. до 1995. године

Научним радом бавио се у областима:

- теоријске астрофизике (структура и еволуција звезда, звездани омотачи)
- звездане астрономије (структура Галаксије, спирални таласи густине, стабилност)

Био је члан у комисијама за преглед, оцену и одбрану више магистарских и докторских дисертација

Био је руководиоца две магистраске тезе

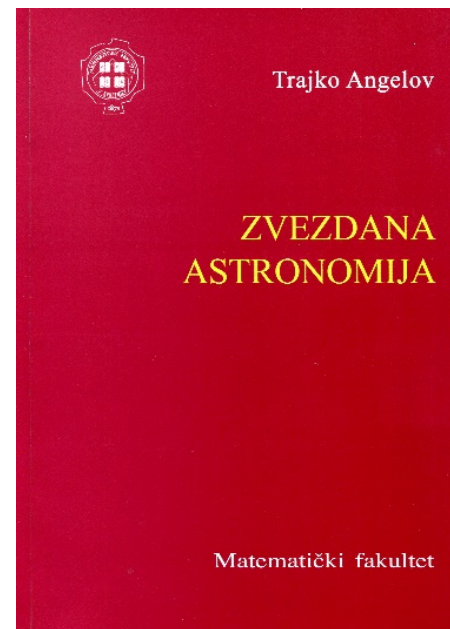
Члан је МАУ

Члан је уређивачког одбора *Serb. Astron. J.* (до 1998. *Bull. Astron. Belgrade*)

Написао је уџбеник *Звездана астрономија* (2013)

Припремио је задатке који чине део уџбеника *Теоријска астрофизика* аутора М. Вукићевић-Карабин

Завршава *Збирку решених задатака из структуре и еволуције звезда*



АОБ 1995. године



Објавио је 23 научна, 8 стручних радова и 11 саопштења на научним скуповима

Само 2 рада су у коауторству, остали су самостални

1. Naučni radovi

- 1.1. THE EMPIRICAL MASS-LUMINOSITY RELATION AND HERTZSPRUNG-RUSSEL DIAGRAM — 1972, *Bull. Obs. Astron. Belgrade* **125**, 147. (Popović, G.M., Angelov, T.)
- 1.2. PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF SOME FLARE STARS — 1972, *Bull. Obs. Astron. Belgrade* **125**. (Arsenijević, J., Kubičela, A., Angelov, T.)
- 1.3. PRILOG IZUČAVANJU MODELA ZVEZDA NA STADIJUMU REAKCIJA VODONIKA — 1972, *magistarska teza*, PMF Beograd.
- 1.4. MODELS OF MAIN-SEQUENCE STARS — 1972, *Publ. Dept. Astr. Univ. Beograd* **4**, 10.
- 1.5. CONTRIBUTION TO THE STUDIES OF MODELS OF MAIN-SEQUENCE STARS — 1975, *Bull. Obs. Astron. Belgrade* **20**, ...
- 1.6. AN ANALYTICAL ESTIMATE OF VALUES OF PRESSURE AND TEMPERATURE AT THE BOUNDARY OF A CONVECTIVE CORE — 1976, *Publ. Dept. Astr. Univ. Beograd* **6**, 35.
- 1.7. PRILOG TEORIJI ZVEZDANIH OMOTAČA — 1981, *doktorska disertacija*, PMF Beograd.
- 1.8. TURBULENT MOTION IN STELLAR ENVELOPES — 1981, *Publ. Dept. Astr. Univ. Beograd* **11**, 19.
- 1.9. EQUATIONS OF STELLAR ENVELOPES EVOLUTION — 1982, *Hvar Obs. Bull.* **1**, 21.
- 1.10. ON THE ALPHA-MODEL TURBULENCE — 1985, *Publ. Dept. Astr. Univ. Beograd* **13**, 27.
- 1.11. A NUMERICAL SIMULATION OF VISCOUS DISCS — 1986, *Publ. Dept. Astr. Univ. Beograd* **14**, 23.
- 1.12. ON THE THERMAL INSTABILITY OF A VISCOUS MEDIUM — 1988, *Bull. Obs. Astron. Belgrade* **138**, 5.

ВИЗУЕЛНО ДВОЈНЕ ЗВЕЗДЕ

Системи чију двојност откривамо непосредним визуелним посматрањима

- микрометарска мерења
- фотографска
- мерне технике и методе су се усавршавале, CCD
- данас различите технике високе угаоне резолуције, speckle interferometry

Hipparcos мисија – откривено око 3400 нових двојних звезда

Washington Double Star Catalog (WDS) - мерења за преко 150 000 парова

Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars - орбитални елементи за око 3200 парова

Catalog of Rectilinear Elements: Elements – линеарни елементи за око 1500 парова

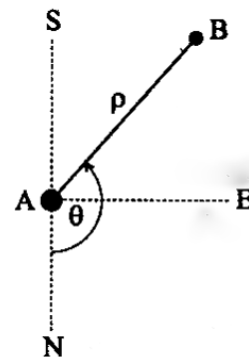
На основу посматрања визуелно двојних звезда и одређивања маса њихових компонената изведена је **емпиријска релација маса-сјај** - један од најважнијих резултата проучавања двојних звезда

$$M_{\text{bol}} = A - B \log \frac{M}{M_{\odot}}$$

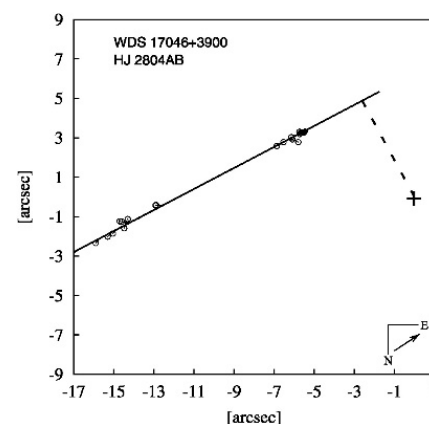
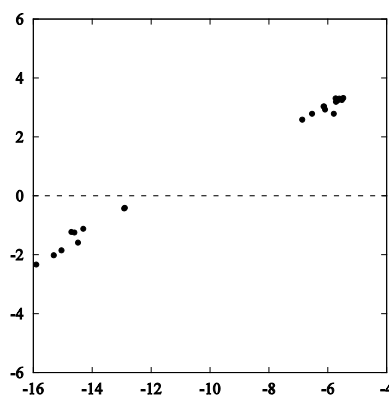
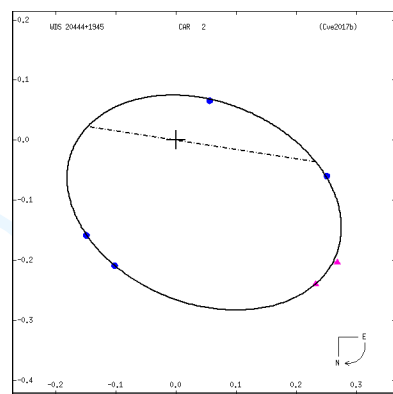
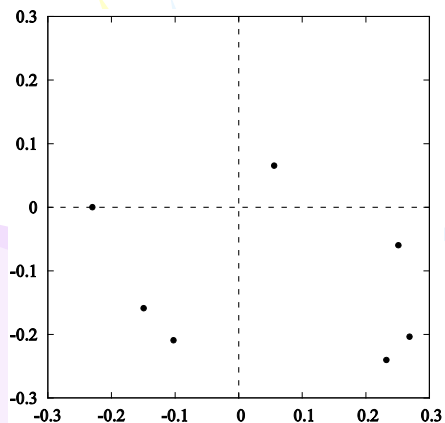
Ова релација важи само за звезде главног низа.

Задатак – одредити које двојне су гравитационо везане (орбиталне), а које су оптички парови (нису гравитационо везане већ су блиске пројекције у тангенцијалној равни)
Велики напредак у раздвајању физичких и оптичких парова омогућава Gaia DR2 каталог јер садржи паралаксе за обе компоненте

Мерења релативних координата:
Угловно растојање између компонента ρ и
позициони угао θ



Израчунавање орбиталних или линеарних елемената, одређивање звезданих маса, динамичке паралаксе и других параметара



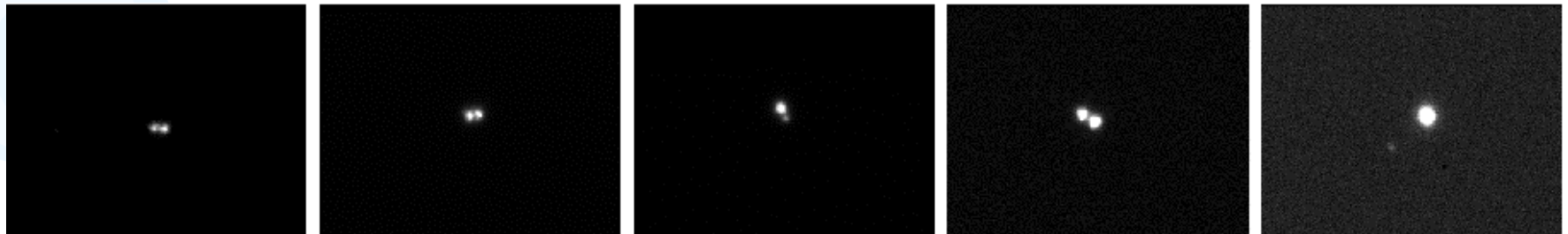
На АОБ посматрања двојних звезда су почела средином прошлог века, рађена су микрометарска мерења, а прва посматрања CCD техником започета су крајем 1994. године

Од 2004. године CCD посматрања двојних звезда раде се помоћу 2 м телескопа на НАО Рожен (Бугарска)

Од средине 2011. године помоћу 60 цм телескопа на АСВ, а од средине 2016. године помоћу 1.4 м телескопа

Прикупљен је обиман посматрачки материјал, обрађен - резултати су публиковани и послати међународној бази података

Први CCD снимци из 2011.године урађени помоћу 60 цм телескопа



WDS17248+3044
m=10.8-11.1 ρ=1.8"

WDS14416+5124
m=8.0-8.1 ρ=1.8"

WDS19143+1904
m=7.9-9.5 ρ=2.0"

WDS18222+1126
m=9.6-10.8 ρ=2.9"

WDS18347+3506
m=8.5-11.9 ρ=9.2"



WDS22032+2358
m=12.2-12.5 ρ=1.7"

WDS22455+1112
m=10.2-11.4 ρ=2.5"

WDS20240+2505
m=11.2-11.2 ρ=2.8"

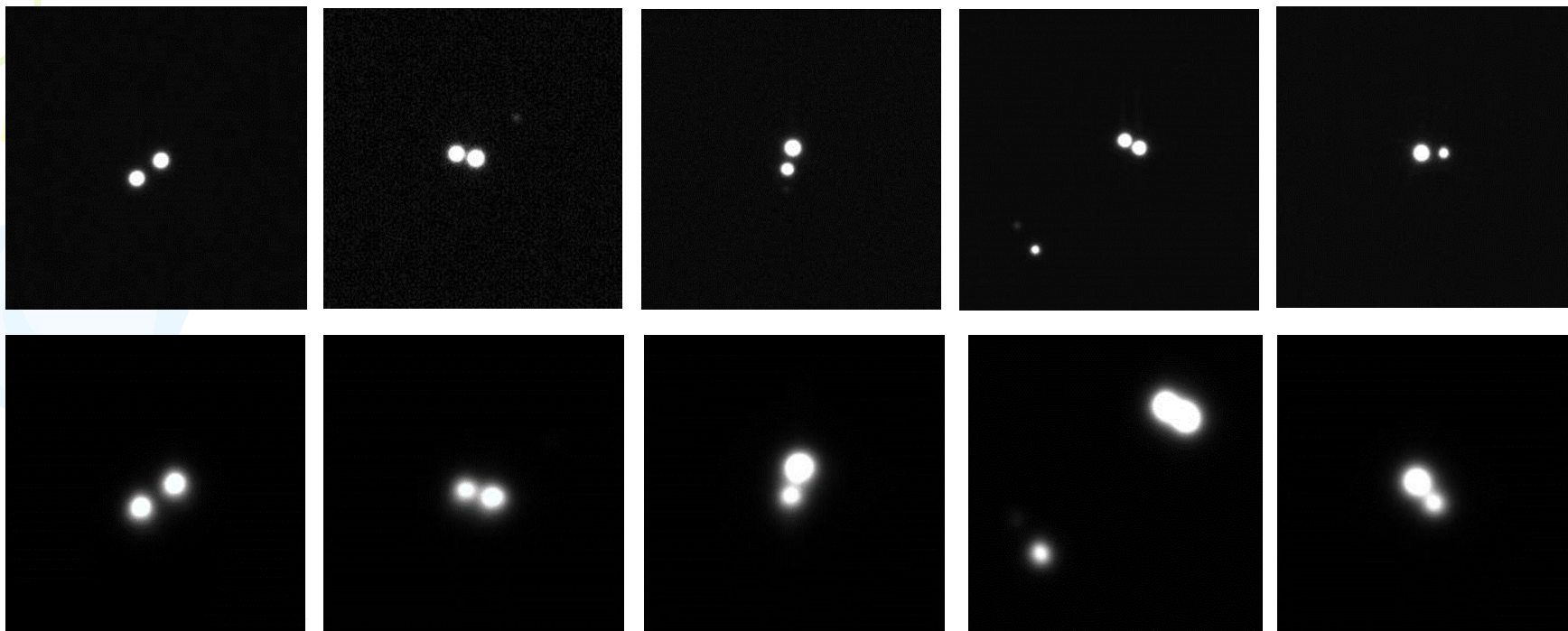
WDS20314+2054
m=12.2-12.8 ρ=4.0"

WDS20122+0255
m=9.9-10.4 ρ=5.9"

CCD снимци istih dvoјnih zvezda urađeni početkom aprila 2019. godine

- pomoћu 1.4 m teleskopa na ACB (gorњи red) i
- pomoћu 2 m teleskopa na HAO Rožen (doњи red)

Снимано CCD камерама истог типа - ANDOR iKon-L



ВИЗУЕЛНО ДВОЈНЕ ЗВЕЗДЕ – ПЛАНОВИ ЗА БУДУЋИ РАД

Коришћењем CCD камере није могуће раздвојити компоненте уских парова (сепарације мање од 1.5 лучне секунде).

Шири парови имају углавном дуже орбиталне периоде. За многе од њих посматрања покривају кратак лук на орбити, орбита се не може још увек израчунати, па су нова посматрања за њих неопходна. До сада смо посматрали такве парове.

Такође, планирамо посматрања двојних звезда са кратким експозицијама, реда милисекунде, коришћењем веома брзе EMCCD Andor iXon 897 камере монтиране на 1.4 м телескопу на АСВ.

Техника lucky imaging омогућава већу раздвојну моћ и до 10 пута, па можемо раздвојити компоненте ужих парова са сепарацијама испод 1 лучне секунде

ОДРЕЂИВАЊЕ ДИНАМИЧКЕ ПАРАЛАКСЕ

За мали број двојних звезда су биле одређене тригонометријске паралаксе
Даљине до двојних система налазе се помоћу динамичке паралаксе
Најпознатија је Без-Романи метода (Baize & Romani 1946) која је увршћена
у књиге о двојним звездама (Heintz 1978, *Double Stars*)

Одређује се из трећег Кеплеровог закона $a^3/P^2 = M\pi^3$

Користи се и емпиријска релација маса-сјај $M_b = M_0 - \frac{5}{2} \kappa \log M$

Важи само за звезде главног низа

$$\log \pi = \log h + \frac{0.4}{3\kappa - 2} (m_t + C + D + 5 \log h).$$

$$C = (BC) + 5 - M_0$$

$$D = \frac{5}{2} [\log (1 + 10^{0.4\Delta m}) - \kappa \log (1 + 10^{0.4\Delta m/\kappa})].$$

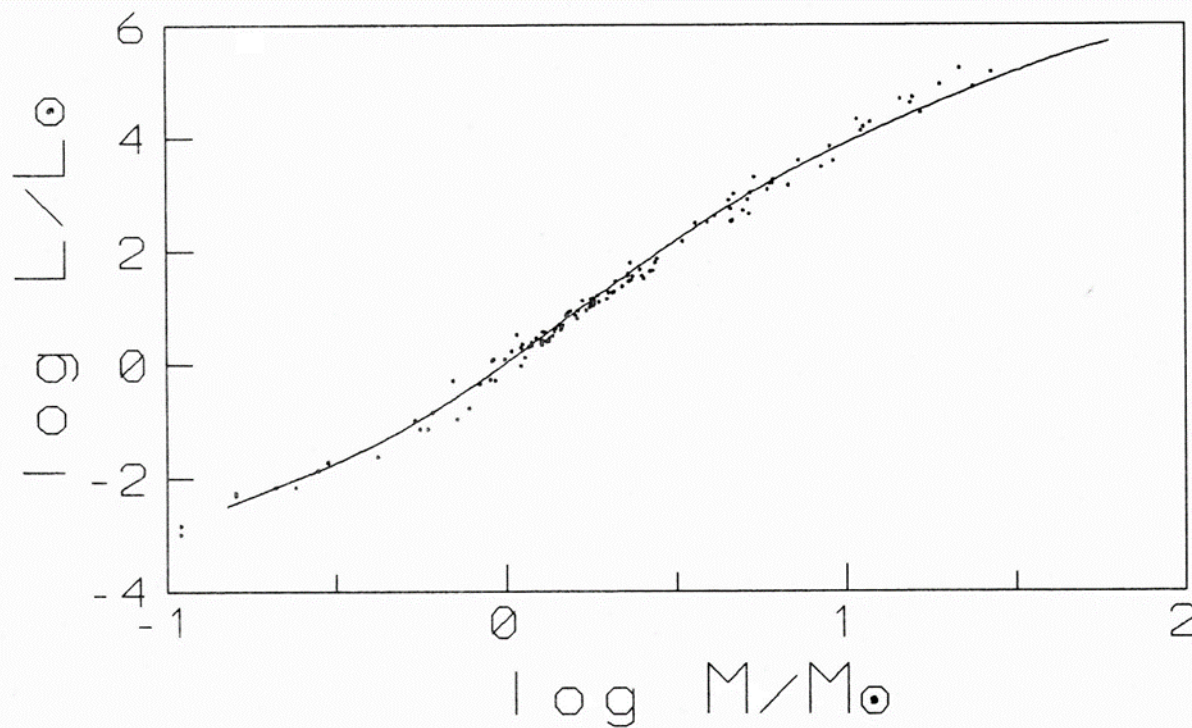
$$M_0 = 4.8 \quad \kappa = 3.8$$

Тачност израчунате динамичке паралаксе зависи од тачности путањских елемената и од **избора релације маса-сјај**.

ON THE MASS - LUMINOSITY RELATION

T. Angelov

Astronomical Institute, Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Belgrade



линеарна релација
локално

кубни полином
цео главни низ

Fig. 1 Mass-luminosity diagram for the main sequence
... 139 stars from Popper's (1980) list,

$$\lg \frac{L}{L_{\odot}} = \text{const} + q \lg \frac{M}{M_{\odot}} \quad (3)$$

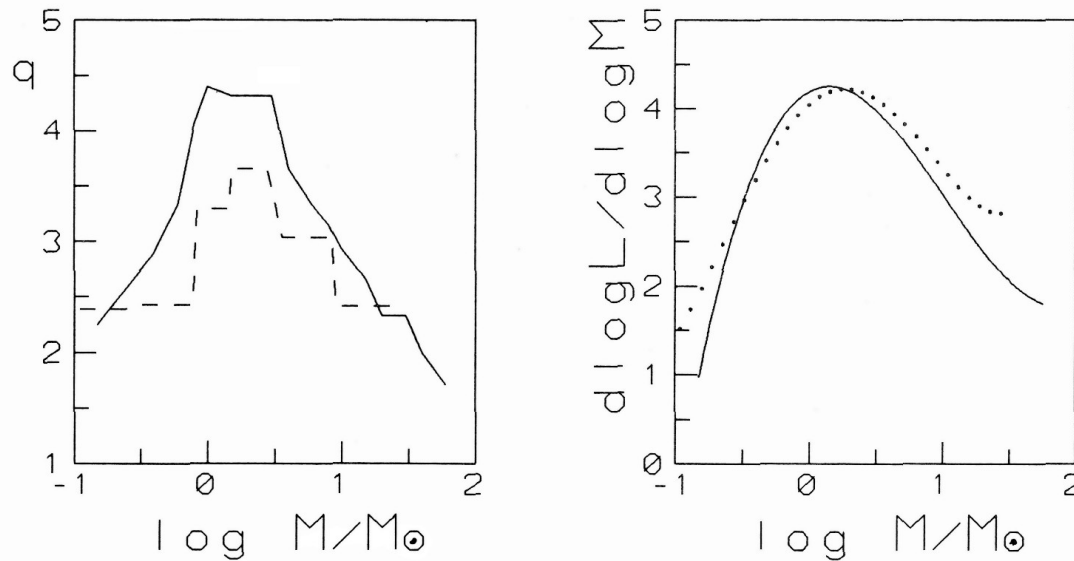


Fig. 2 Luminosity-change rate
 left(a): from (3); right(b): from cubic $\lg L(\lg M)$;
 --- (...) observations; — models.

Грешка је мања ако се користи нелинеарна и нелокална релација маса-сјај.



МЕТОДА АНГЕЛОВА

Bull. Astron. Belgrade № 148 (1993), 1 – 6

UDC 524.383–333
Original scientific paper

ON THE DYNAMICAL MASSES OF VISUAL BINARIES

T. Angelov

Astronomical Institute, Faculty of Mathematics, Studentski trg 16, 11000 Belgrade, Yugoslavia

(Received: November 24, 1993)

SUMMARY: The equations for the calculation of the dynamical masses of the visual-binaries components are derived. The method utilises the nonlocal and non-linear empirical mass-luminosity relation which enables its application along the entire main sequence. The testing gives very good results.

МЕТОДА АНГЕЛОВА

2. THE CALCULATION OF THE DYNAMICAL PARALLAXES AND MASSES

One will use Kepler's law

$$\mu_1 + \mu_2 = \frac{a^3}{P^2 p^3}, \quad (1)$$

the empirical mass-luminosity relation in the form

$$\log \mu = \sum_0^n A_k M^k \quad (2)$$

and Pogson's equation

$$M = m_b + 5 + 5 \log p. \quad (3)$$

$$y_i = m_{bi} + 5, \quad z = 5 \log p,$$

МЕТОДА АНГЕЛОВА

relation (2) becomes

$$\log \mu_i = A_0 + S_i$$

where


$$S_i = \sum_{k=1}^n A_k \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} y_i^{k-j} z^j$$

$$\sum_0^n E_j z^j = 0 .$$

The coefficients in (11) are

$$E_j(A_k, y_1, y_2, \alpha) = e_j + \frac{1}{2} \sum_{k=j}^n \binom{k}{j} A_k s_{k-j}$$

$$s_{k-j} = y_1^{k-j} + y_2^{k-j}$$


$$\log \mu_i = \sum_0^n F_j z^j, \quad i = 1, 2.$$

The coefficients in (14) are

$$F_j(\Lambda_k, y_1, y_2, \alpha, \epsilon) = -e_j + \frac{\epsilon}{2} \sum_{k=j}^n \binom{k}{j} A_k r_{k-j}$$

$$r_{k-j} = y_2^{k-j} - y_1^{k-j}$$

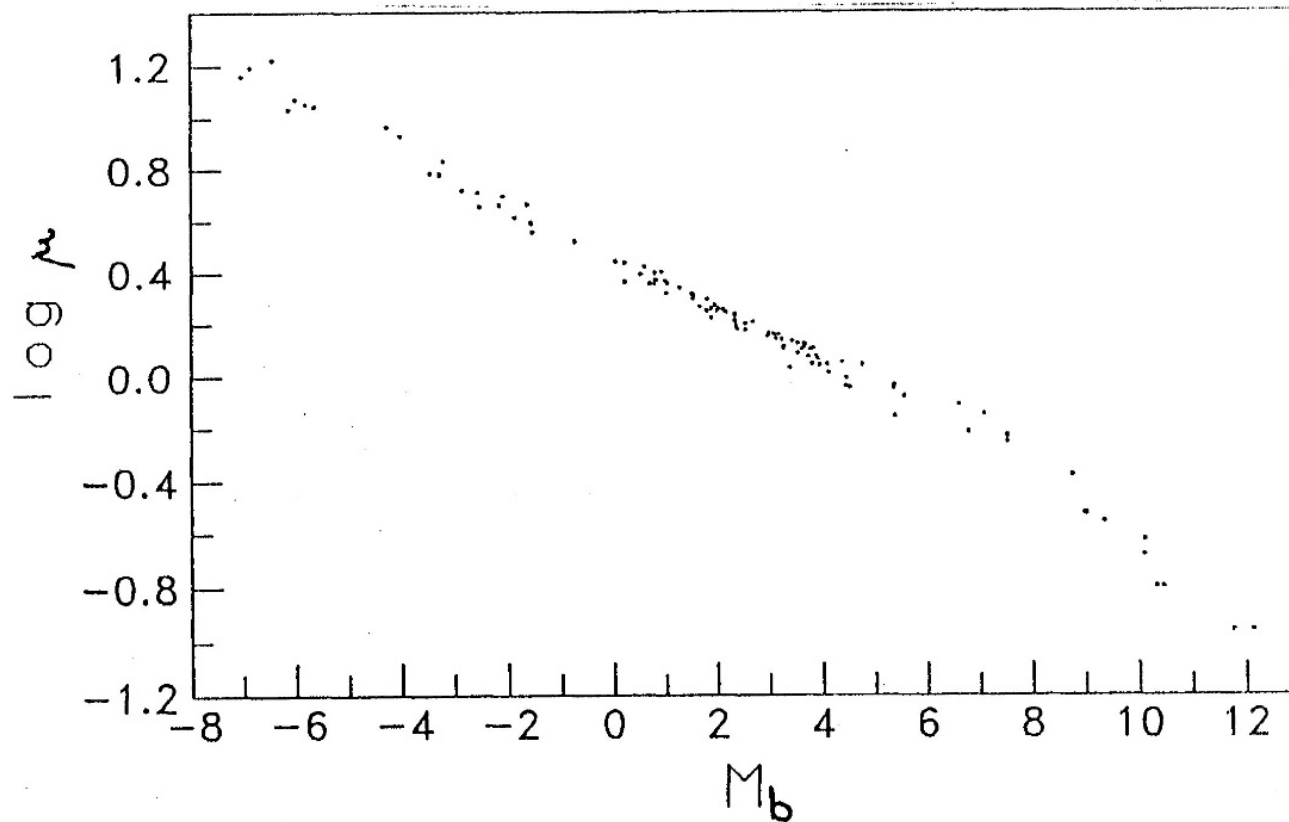


Fig. 1. The mass-luminosity diagram for the main sequence with Popper's data (1980).

$$A_0 = +0.457591 \quad A_1 = -0.104653$$

$$A_2 = -0.144867 \times 10^{-2} \quad A_3 = +0.467526 \times 10^{-3}$$

$$A_4 = +0.153159 \times 10^{-3} \quad A_5 = -0.155916 \times 10^{-4}$$

$$A_6 = -0.217331 \times 10^{-5} \quad A_7 = +0.179296 \times 10^{-6}$$

Table 1. The results of testing

Binary	a''	P^y	m_b	p''_{tr}	p''_d			μ	μ_d		
					***	**	*		***	**	*
α Cen HD128620/1	17.56 —	79.9 —	0.04 1.04	0.743 —	0.758	0.760 —	0.751	1.14 0.93	1.07 0.89	1.09 0.84	1.12 0.88
L726-8 Star B = UV Cet	2.06 —	26.5 —	8.84 9.21	0.385 —	0.385	0.331 —	0.309	0.11 0.11	0.11 0.11	0.18 0.16	0.22 0.20
Kr 60 +56 ^o 2783	2.38 —	44.4 —	7.35 8.45	0.250 —	0.249	0.229 —	0.218	0.28 0.16	0.29 0.17	0.32 0.24	0.37 0.29
70 Oph HD165341	4.55 —	88.1 —	4.03 5.25	0.203 —	0.198	0.206 —	0.201	0.84 0.61	0.88 0.69	0.81 0.59	0.86 0.64
η Cas HD4614	11.99 —	480 —	3.36 6.34	0.172 —	0.169	0.168 —	0.165	0.91 0.56	1.05 0.57	1.07 0.50	1.11 0.55
Wolf 630 HD152751	0.22 —	1.742 —	7.71 7.71	0.161 —	0.170	0.172 —	0.164	0.42 0.42	0.36 0.36	0.35 0.35	0.40 0.40
Fu 46 HD155876	0.71 —	13.0 —	8.04 8.09	0.153 —	0.144	0.145 —	0.138	0.30 0.30	0.36 0.35	0.35 0.35	0.40 0.40
ξ Boo HD131156	4.92 —	152 —	4.51 6.24	0.148 —	0.151	0.156 —	0.152	0.90 0.72	0.90 0.63	0.83 0.53	0.88 0.59
HR6426 HD156384	1.82 —	42.1 —	5.93 6.46	0.137 —	0.137	0.144 —	0.140	0.78 0.54	0.71 0.63	0.60 0.53	0.66 0.58
γ Vir HD110379/80	3.75 —	171.4 —	3.52 3.52	0.094 —	0.087	0.084 —	0.084	1.08 1.08	1.35 1.35	1.52 1.52	1.51 1.51

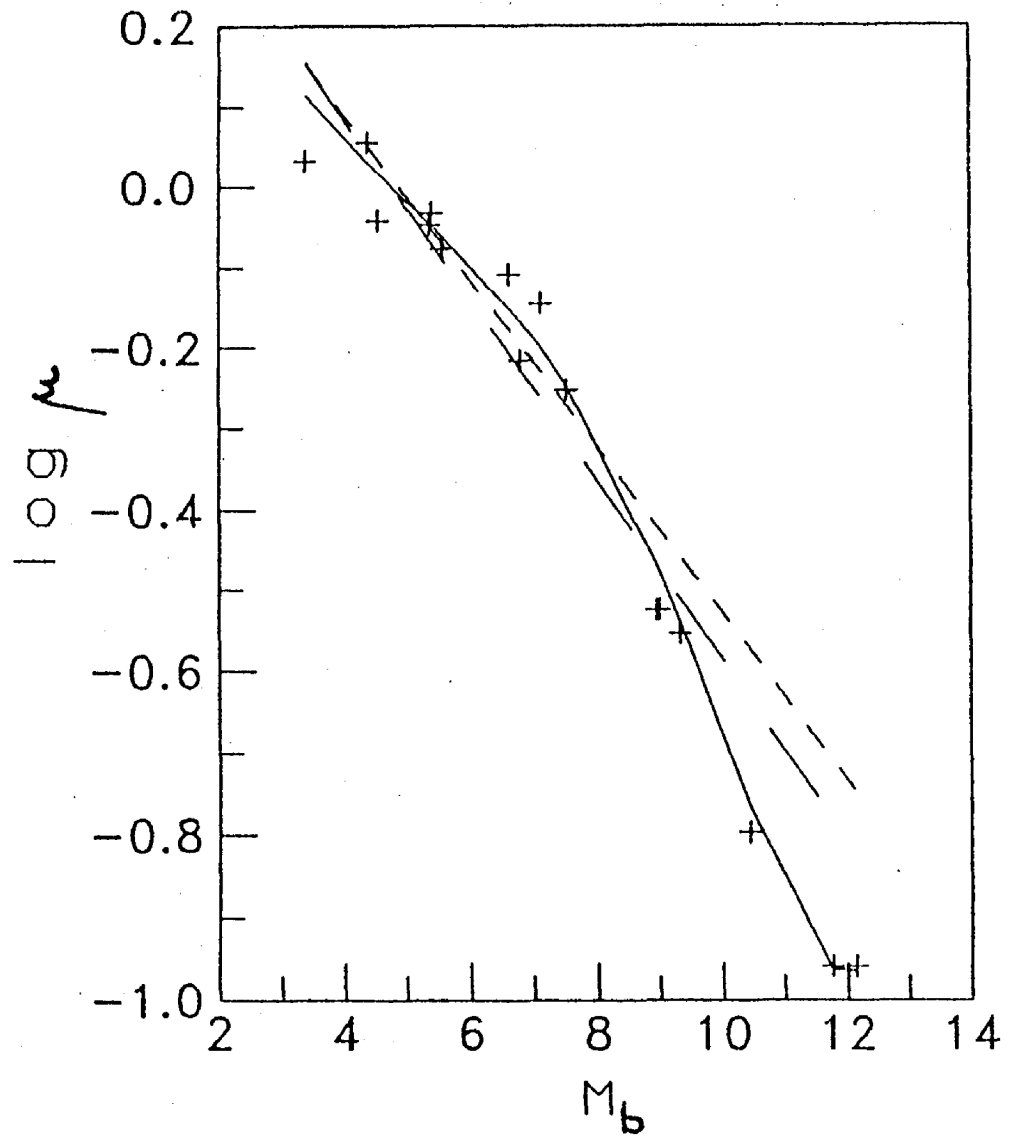


Fig. 3. The testing of the mass-luminosity relation in the domain of visual binaries considered.
 Ref: *** (—), ** (---), * (- - -).

ЗАШТО ОДРЕЂУЈЕМО ДИНАМИЧКЕ ПАРАЛАКСЕ И МАСА КОМПОНЕНАТА ВИЗУЕЛНО ДВОЈНИХ ЗВЕЗДА

Имамо тригонометријске паралаксе (Hipparcos или Gaia DR2 од априла 2018. године)
Израчунавамо орбиталне елементе - a и P → збир маса

Имамо привидне величине компонената

Који су проблеми?

Проблем је спектрални тип – или га уопште нема, или је дат један S_p за који најчешће претпостављамо да је композитни јер су компоненте парова блиске то значи да немамо поуздане болометријске поправке

Најчешће је дат S_p без ознаке класе луминозности, па узимамо претпоставку да оне припадају главном низу

Начин рачунања:

Израчунавамо апсолутне величине коришћењем тригонометријске паралаксе
Користимо релацију спектар-сјај (Gray 2005, *The observation and Analysis of Stellar Photospheres*) за одређивање S_p и болометријске поправке

Методом Ангелова одређујемо динамичку паралаксу и масе компонената

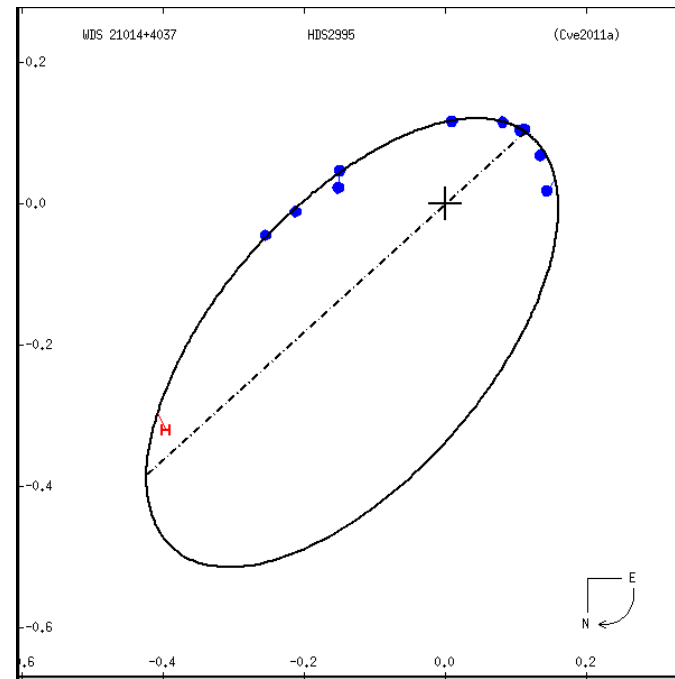
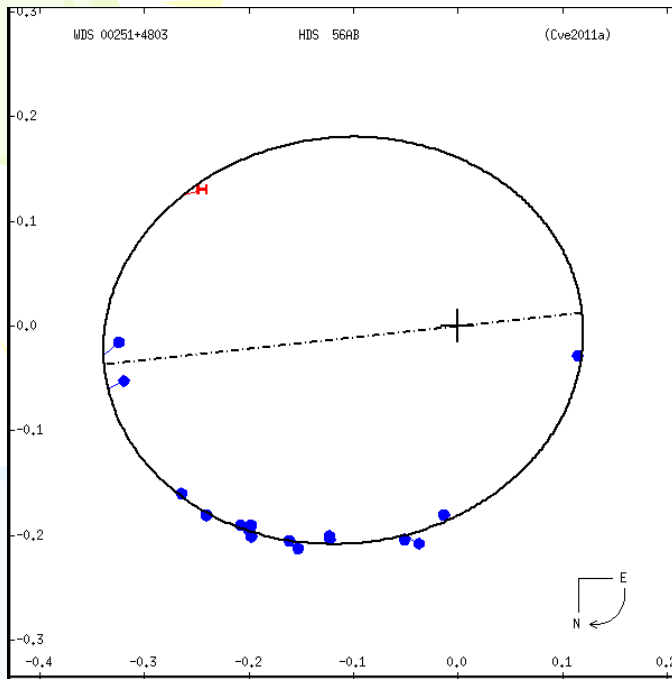
Поредимо паралаксе π_{tr} са π_{dyn} и укупне масе $M_1 + M_2$ са M_{tot}

Слагање указује на поузданост одређених орбиталних елемената, а неслагање значи или да су орбитални елементи непоуздани или да постоји неки узрок, нпр. вишеструкост звезда, нетачне тригонометријске паралаксе или S_p .

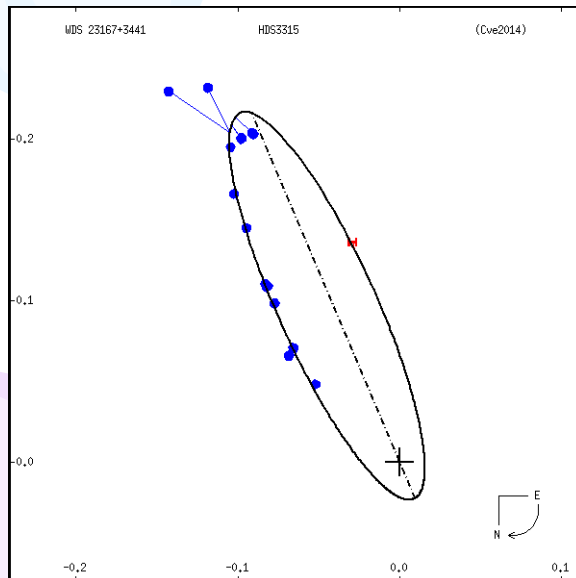
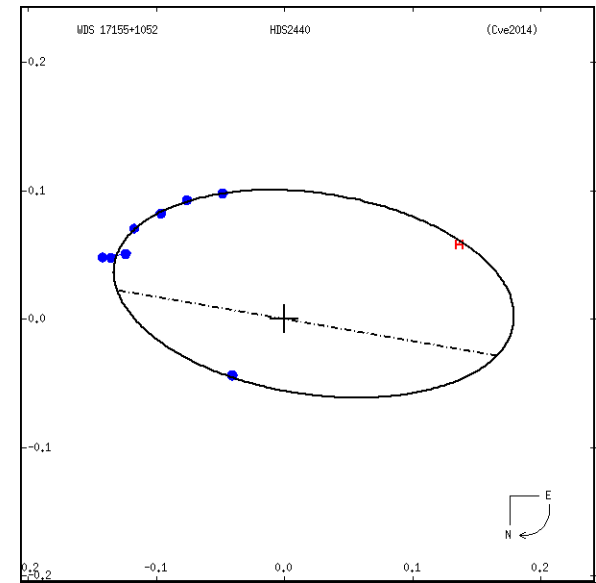
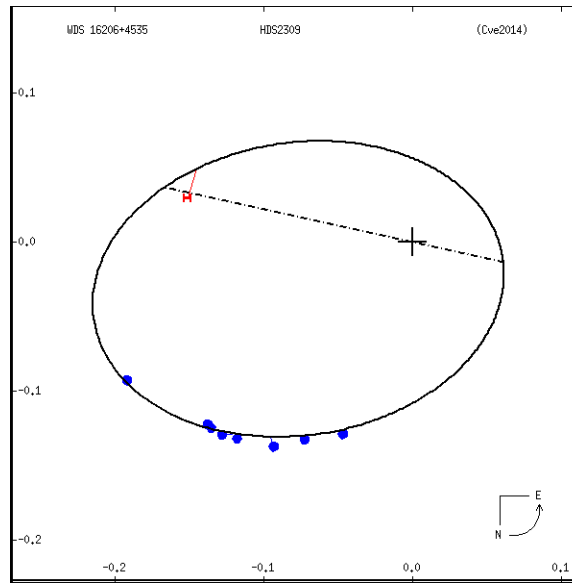
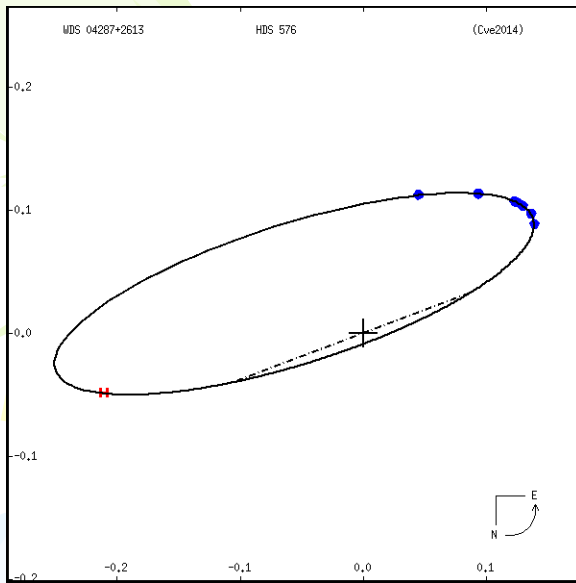


РЕЗУЛТАТИ

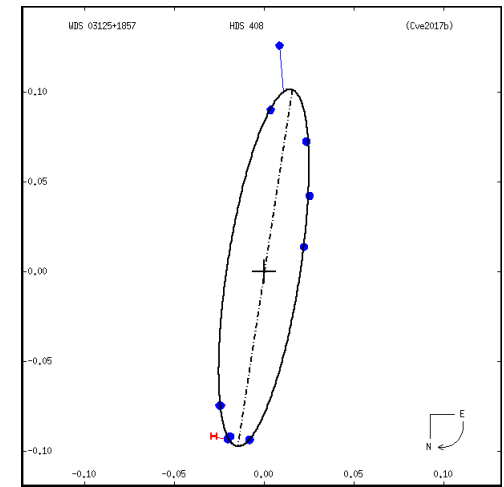
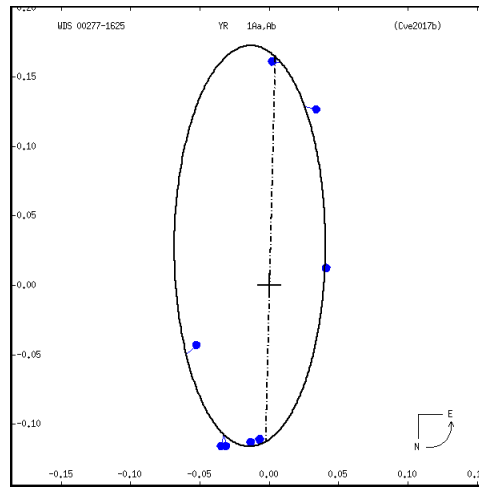
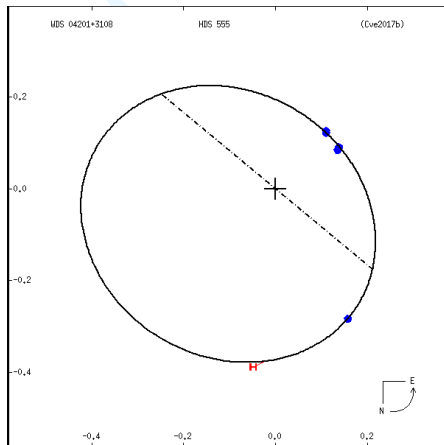
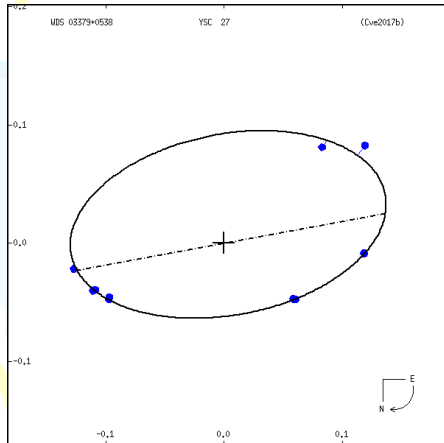
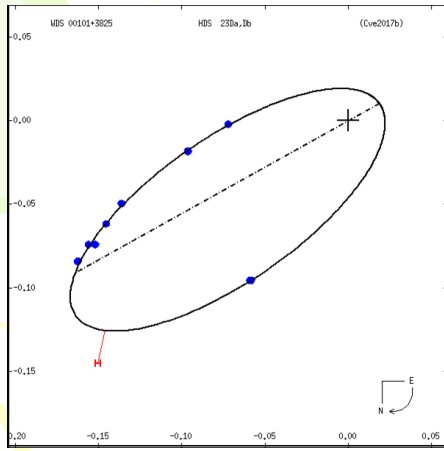




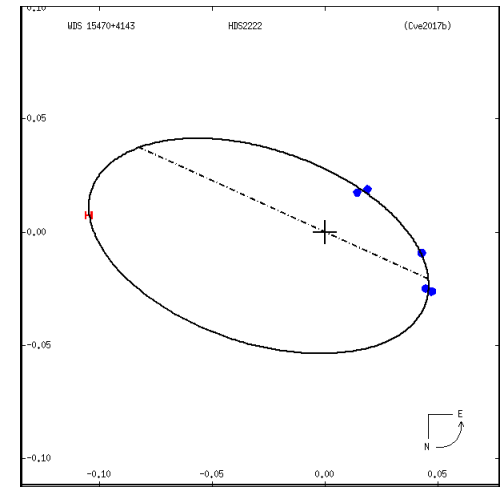
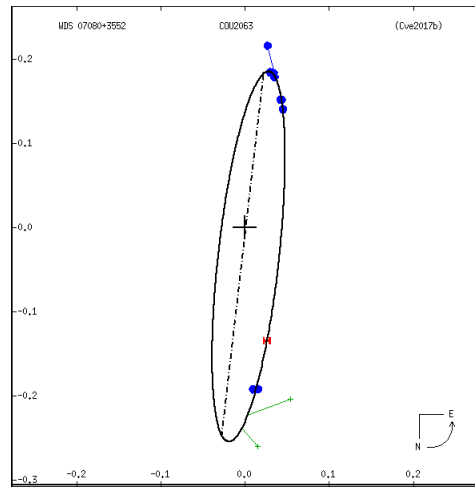
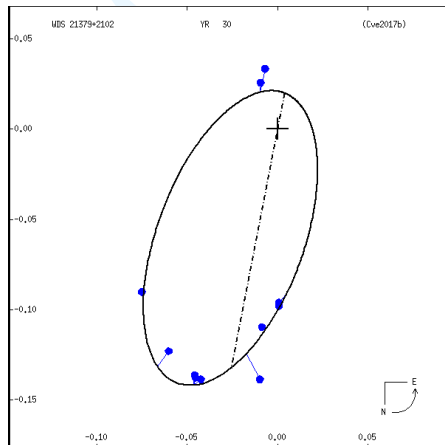
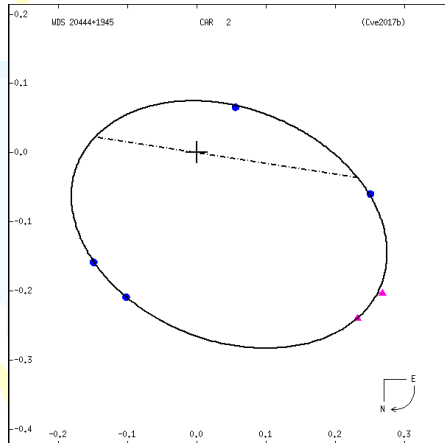
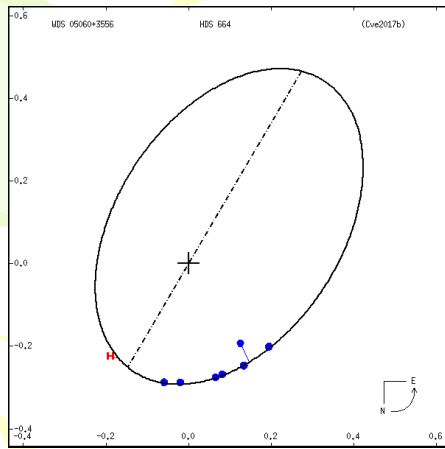
Name	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_B	$\mathcal{M}_{tot}(H)$	$\mathcal{M}_{tot}(G)$	π_{dyn}	π_{Gaia}	π_{HIP}
			$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\pi_{dyn}}$	$\sigma_{\pi_{Gaia}}$	$\sigma_{\pi_{HIP}}$
HDS 56AB	1.20	0.80	1.3	2.26	19.96	18.7043	22.82
			± 0.2	± 0.12	± 1.13	± 0.5622	± 0.88
HDS 2995	1.40	0.80	2.0	2.62	18.04	20.1743	18.60
			± 0.2	± 0.30	± 0.39	± 0.2093	± 0.66



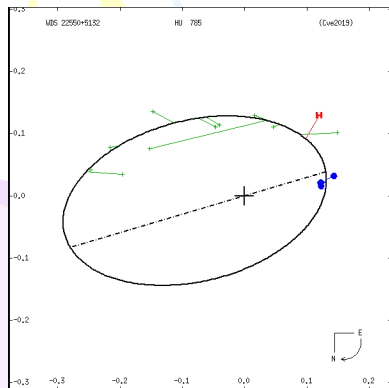
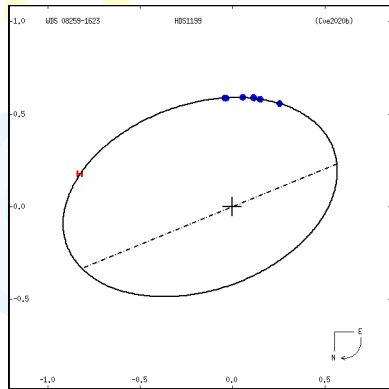
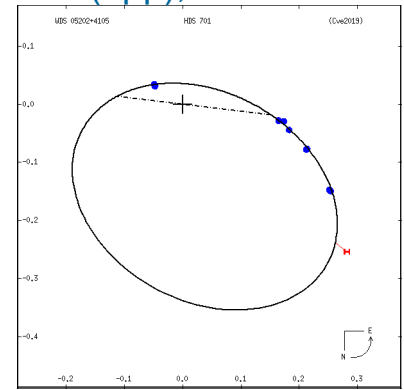
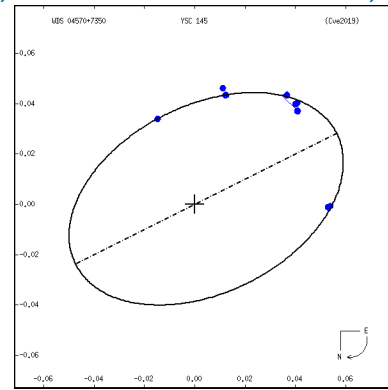
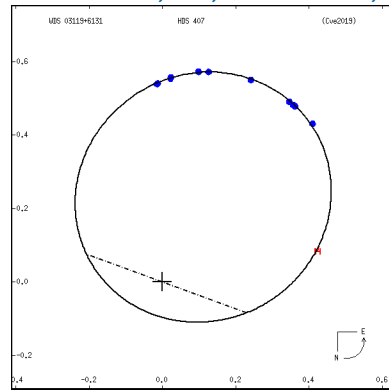
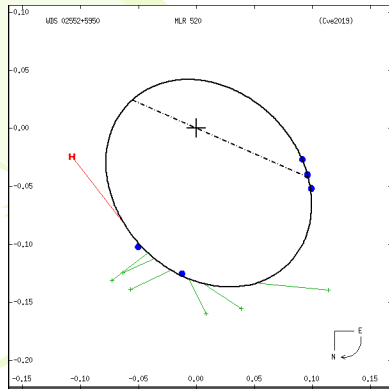
Name	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_B	$\mathcal{M}_{tot}(H)$	$\mathcal{M}_{tot}(G)$	π_{dyn}	π_{Gaia}	π_{HIP}
			$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\pi_{dyn}}$	$\sigma_{\pi_{Gaia}}$	$\sigma_{\pi_{HIP}}$
HDS 576	0.46	0.46	1.03 ± 0.32	2.26 ± 0.12	25.86 ± 0.27	20.7793 ± 0.3401	27.00 ± 2.79
HDS 2309	1.56	0.90	2.18 ± 0.45	2.16 ± 0.34	11.58 ± 0.95	11.7917 ± 0.0819	11.76 ± 0.51
HDS 2440	1.07	1.02	2.40 ± 0.68	2.67 ± 0.20	15.31 ± 0.60	13.5037 ± 0.1544	13.99 ± 1.28
HDS 3315	0.85	0.81	2.02 ± 1.12	1.23 ± 0.24	10.98 ± 1.07	11.7954 ± 0.2203	10.01 ± 1.75



Name	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_B	$\mathcal{M}_{tot}(H)$	$\mathcal{M}_{tot}(G)$	π_{dyn}	π_{Gaia}	π_{HIP}
			$\sigma\mathcal{M}_{tot}$	$\sigma\mathcal{M}_{tot}$	$\sigma\pi_{dyn}$	$\sigma\pi_{Gaia}$	$\sigma\pi_{HIP}$
HDS 23Da,Db	0.78	0.56	0.87 ± 0.41	1.41 ± 0.40	11.63 ± 0.29	11.4236 ± 1.0559	13.39 ± 2.07
YR 1Aa,Ab	1.29	1.03	3.39 ± 0.82	3.17 ± 0.50	15.50 ± 0.49	14.2194 ± 0.1533	13.90 ± 0.85
HDS 408	1.16	1.10	2.25 ± 0.64	3.21 ± 0.23	10.59 ± 0.36	9.4238 ± 0.0685	10.60 ± 0.97
YSC 27	1.26	0.97	2.61 ± 0.39	2.27 ± 0.29	16.82 ± 0.52	16.7394 ± 0.4230	15.98 ± 0.72
HDS 555	1.11	0.55	1.54 ± 0.31	1.94 ± 0.17	17.66 ± 0.75	16.7836 ± 0.1464	18.11 ± 1.12



Name	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_B	$\mathcal{M}_{tot}(\text{H})$	$\mathcal{M}_{tot}(\text{G})$	π_{dyn}	π_{Gaia}	π_{HIP}
			$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\mathcal{M}_{tot}}$	$\sigma_{\pi_{dyn}}$	$\sigma_{\pi_{Gaia}}$	$\sigma_{\pi_{HIP}}$
HDS 664	4.07	2.13	5.51 ± 1.12	20.06 ± 8.07	9.11 ± 0.16	6.1568 ± 0.8228	9.47 ± 0.63
COU 2063	1.07	1.05	1.96 ± 0.54	2.48 ± 0.62	11.24 ± 0.44	10.6709 ± 0.8521	11.55 ± 1.02
HDS 2222	1.55	1.37	2.03 ± 0.54	2.71 ± 0.30	5.90 ± 0.27	6.0475 ± 0.0601	6.65 ± 0.54
CAR 2	0.55	0.35	0.98 ± 0.14	0.92 ± 0.08	48.88 ± 1.54	48.5475 ± 1.0197	47.43 ± 2.12
YR 30	1.27	1.25	2.72 ± 1.05	2.67 ± 0.80	9.14 ± 1.12	8.9766 ± 0.3722	8.92 ± 0.82



Name	\mathcal{M}_A	\mathcal{M}_B	$\mathcal{M}_{tot}(H)$	$\mathcal{M}_{tot}(G)$	π_{dyn}	π_{Gaia}	π_{HIP}
			$\sigma\mathcal{M}_{tot}$	$\sigma\mathcal{M}_{tot}$	$\sigma\pi_{dyn}$	$\sigma\pi_{Gaia}$	$\sigma\pi_{HIP}$
MLR 520	1.66	1.59	1.40 ± 0.56	2.77 ± 0.32	5.31 ± 0.09	5.5996 ± 0.2039	7.03 ± 0.93
HDS 407	0.50	0.40	6.85 ± 1.92	1.62 ± 0.13	53.58 ± 0.89	39.8220 ± 0.9657	24.63 ± 2.29
YSC 145	1.05	1.05	1.22 ± 0.36	1.46 ± 0.06	8.45 ± 0.19	9.4164 ± 0.0381	10.00 ± 0.99
HDS 701	2.28	1.25	3.28 ± 0.62	2.63 ± 0.35	11.38 ± 0.60	12.6738 ± 0.2714	11.77 ± 0.58
HDS 1199	0.65	0.40	6.59 ± 2.04	3.71 ± 0.26	47.69 ± 0.51	26.4436 ± 0.5831	21.83 ± 2.25
HU 785	1.66	1.56	1.88 ± 1.67	2.32 ± 0.84	3.55 ± 0.21	3.8585 ± 0.4384	4.14 ± 1.22

Multiple star catalog,
MSC, Tokovinin 1997

$1.15+0.46=1.61$

$1.39+0.50=1.89$