

Seminar Katedre za astronomiju - 01.04.2014.

# Modeliranje tesno dvojnih sistema

---

ČEKI ATILA

Astronomska opservatorija, Beograd

# Zašto dvojni sistemi?

---

- Najvažniji izvor informacija o fundamentalnim fizičkim parametrima
  - Masa
  - Radijus
  - Luminoznost
  - Udaljenost
- Najmanje 50% zvezda sa glavnog niza se nalazi u dvojnim i višestrukim sistemima
- Dostupna ogromna količina posmatračkog materijala
  - Klasične opservatorije
  - Projekti pretrage celog neba – OGLE, SuperWASP, HAT,...
  - Sateliti – CoRoT, Kepler, GAIA, PLATO (2024),...
- Dostupna jako precizna merenja
  - Fotometrija (Kepler, CoRoT) – greška manja od 1 milimagnituda
  - Radijalne brzine – greška manja od 3 m/s

# Kako se mere zvezdani parametri?

---

- Obrnuti zadatak
  - Algoritmi za optimizaciju – Nelder-Mead simplex, Levenberg-Marquart,...
- Posmatranja
  - Fotometrija – kriva sjaja
  - Spektroskopija – kriva radijalnih brzina, temperatura,  $\log(g)$
- Teorijski model
  - Infinity - Cséki & Latković, 2014, *u pripremi*

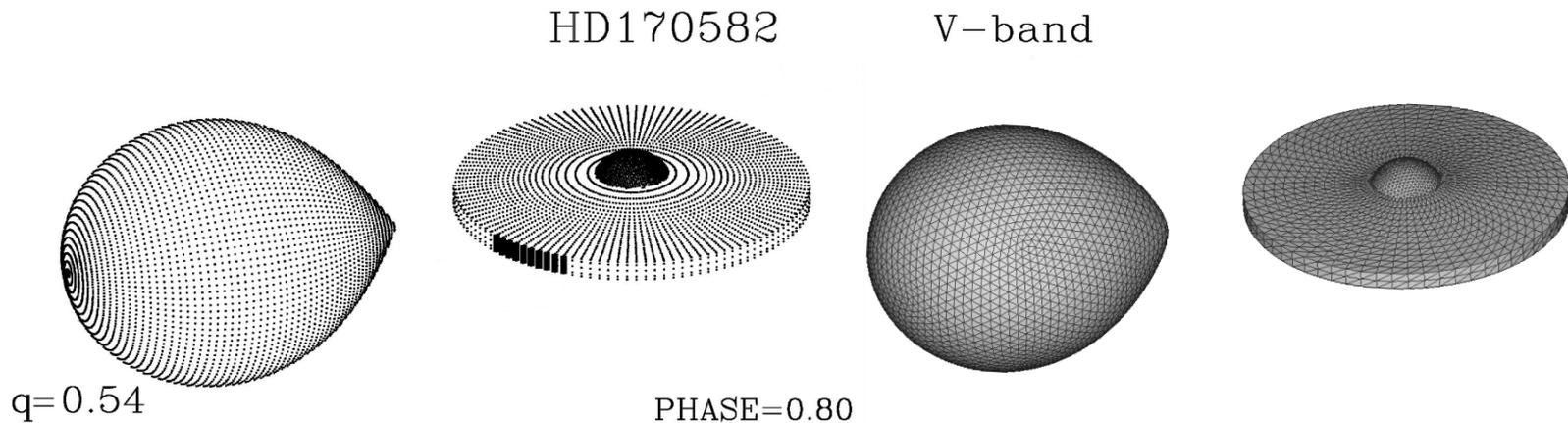
# Osnovna struktura modela

---

- Geometrijska reprezentacija sistema
  - Diskretizacija površine komponenata
    - Zvezde – Roche potencial
    - Perturbacija površine - pulsacije
    - Akrecioni disk – konusni, toroidalni, ...
  - Određivanje položaja komponenata na orbiti
- Detekcija vidljivosti
- Sinteza krive sjaja
  - Gravitaciono potamnjenje, refleksija, aktivni regioni, potamnjenje ka rubovima, Doppler beaming,...
- Sinteza krive radialnih brzina

# Diskretizacija površine

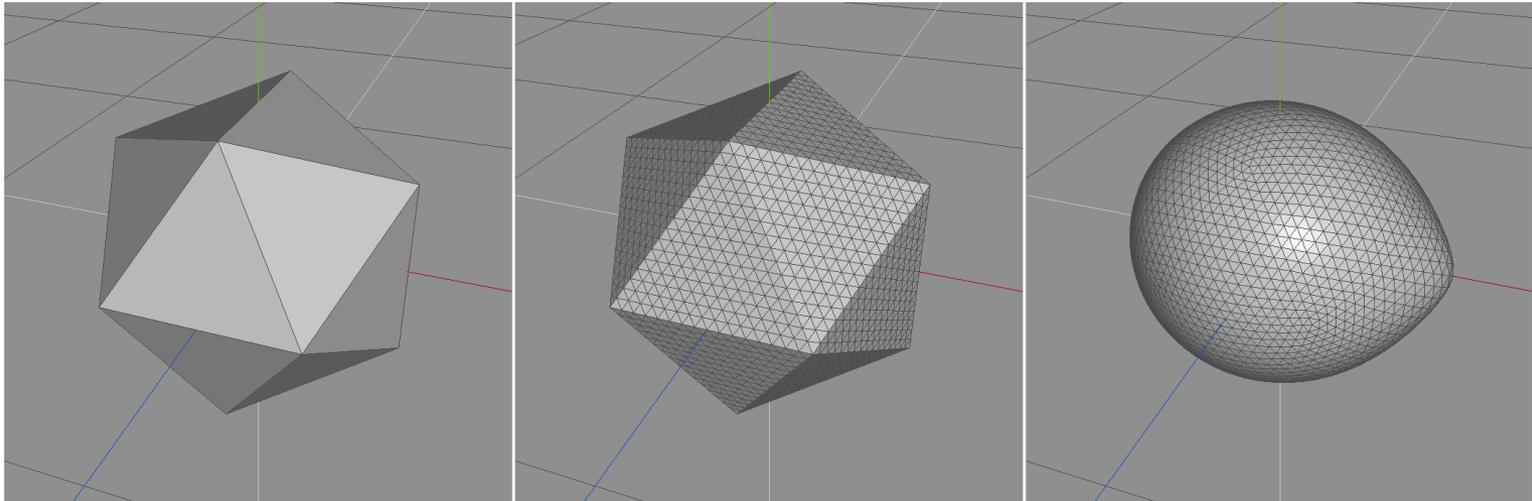
- Elementarne ćelije
  - Tačke – Đurašević, Wilson-Devinney, FOTEL, ...
  - Poligoni – Infinity, GDDSYN, Phoebe 2.0, ...



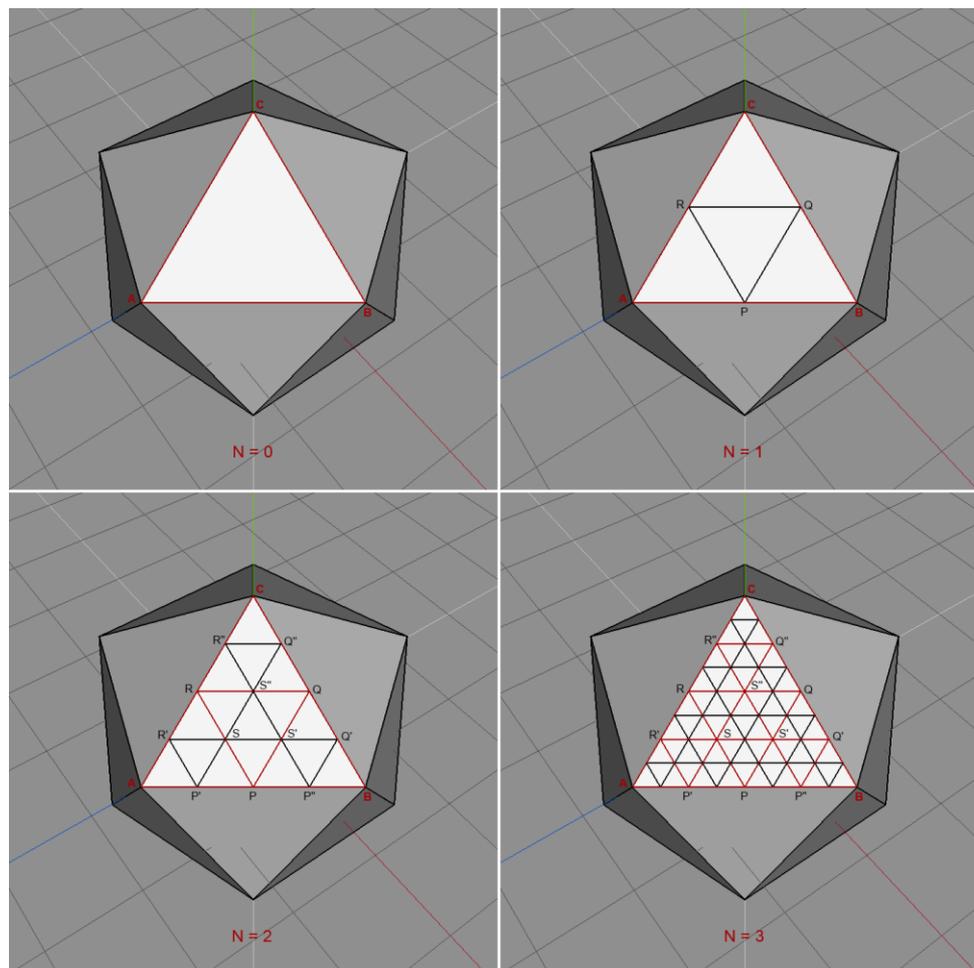
- Infinity
  - Zvezde – geodezijska mreža
  - Akrecioni disk – rotaciona mreža

# Geodezijska mreža

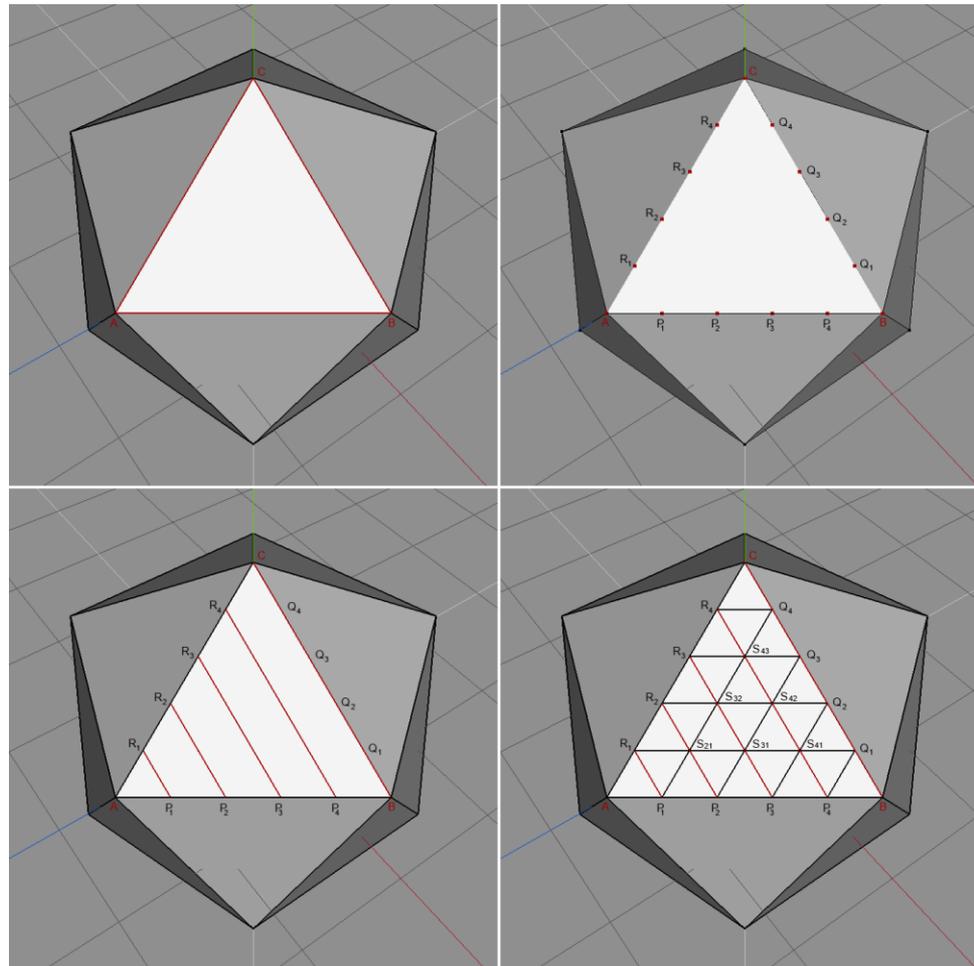
- Konstrukcija mreže
  - Ikosaedar
  - Podela na sitnije trouglove
  - Projekcija na površ



# Rekurzivna podela

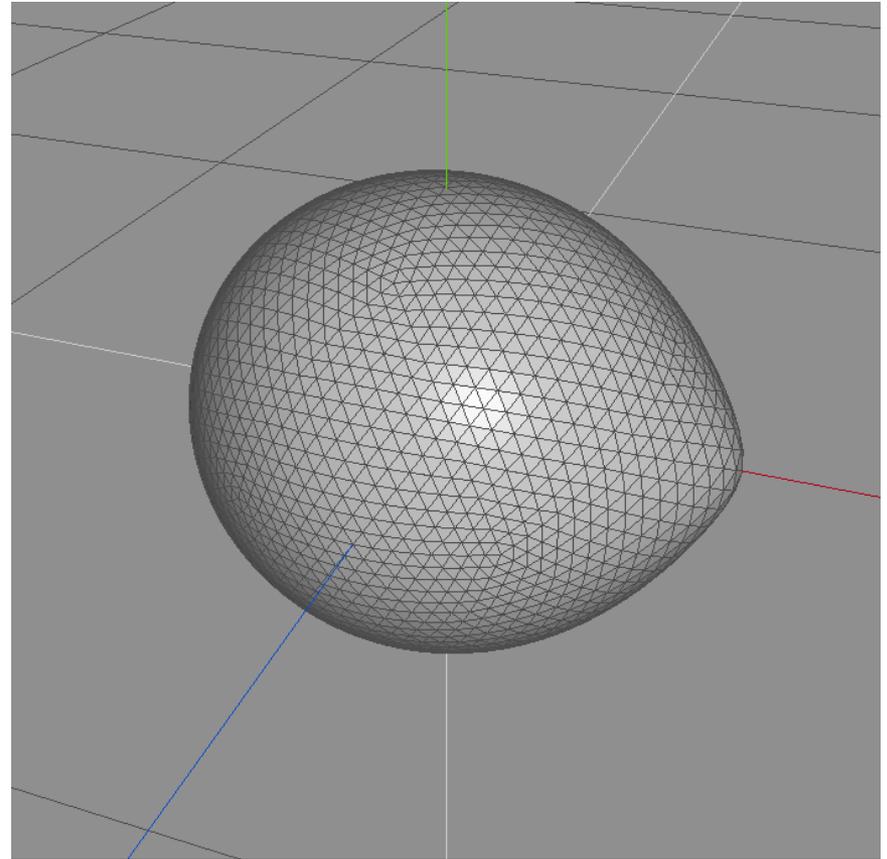
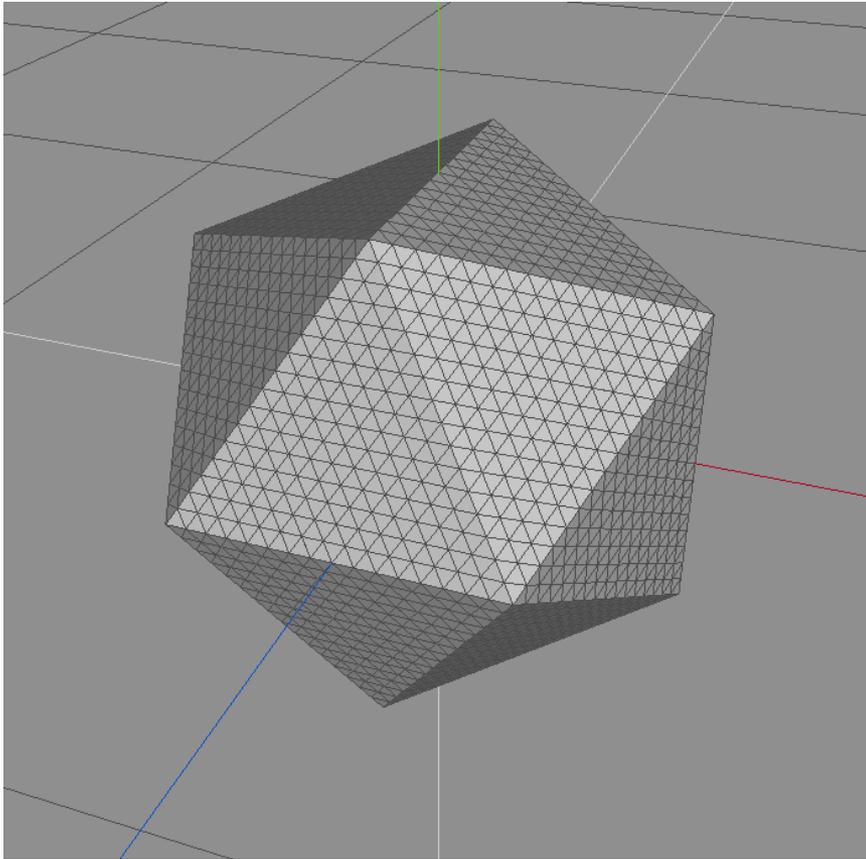


# Frekventna podela



# Projekcija na površ

---



# Projekcija na površ

- Temena mreže se projektuju duž radijalnog pravca
- Površ se zadaje preko potencijala u sfernom koordinatnom sistemu

$$f(r) \Big|_{\theta=const, \varphi=const} = const$$

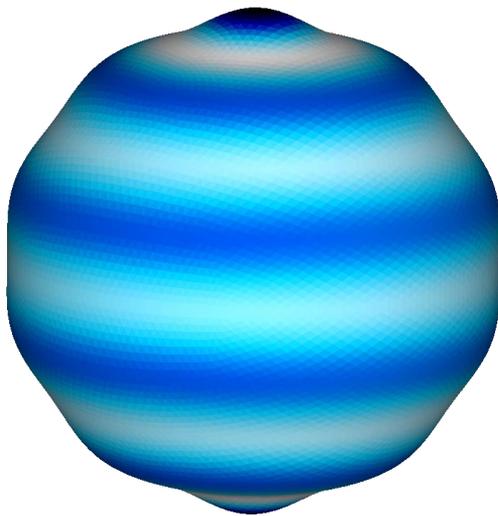
- Primeri
  - Sfera
  - $r = const$
  - Roche potencijal

$$C = \frac{1}{r} + q \left( \frac{1}{\sqrt{d^2 + r^2 - 2rd\lambda}} - \frac{r\lambda}{d^2} \right) + \frac{q+1}{2} r^2 (1 - \nu^2) f^2$$

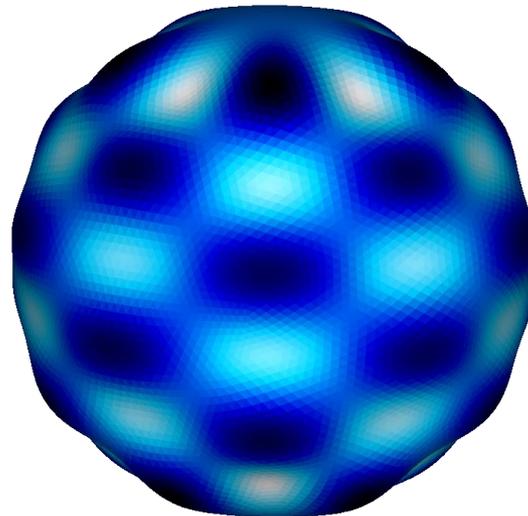
- $q$  – odnos masa
- $f$  – parameter asinhronosti
- $d$  – separacija (kružna orbita -  $d = 1$ ; eliptična orbita – iz rešenja Keplerove jednačine)

# Neradialne pulsacije

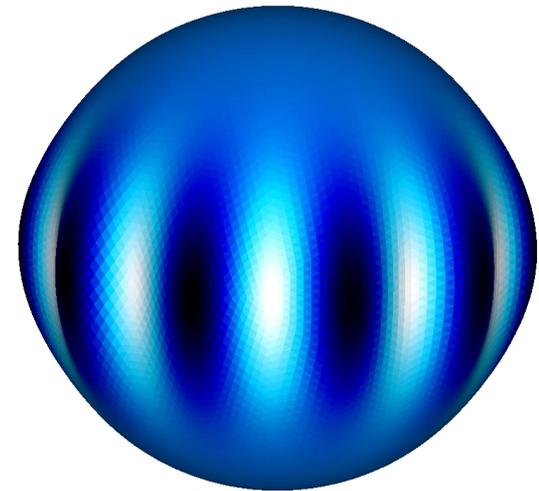
$$r(\theta, \phi, t) = r_0(\theta, \phi) + \Re e \left( \sum_{k=1}^N A_k^r Y_m^\ell(\theta, \phi) e^{-2\pi i(\nu_k t + \psi_k^r)} \right)$$



$\ell = 10, m = 0$



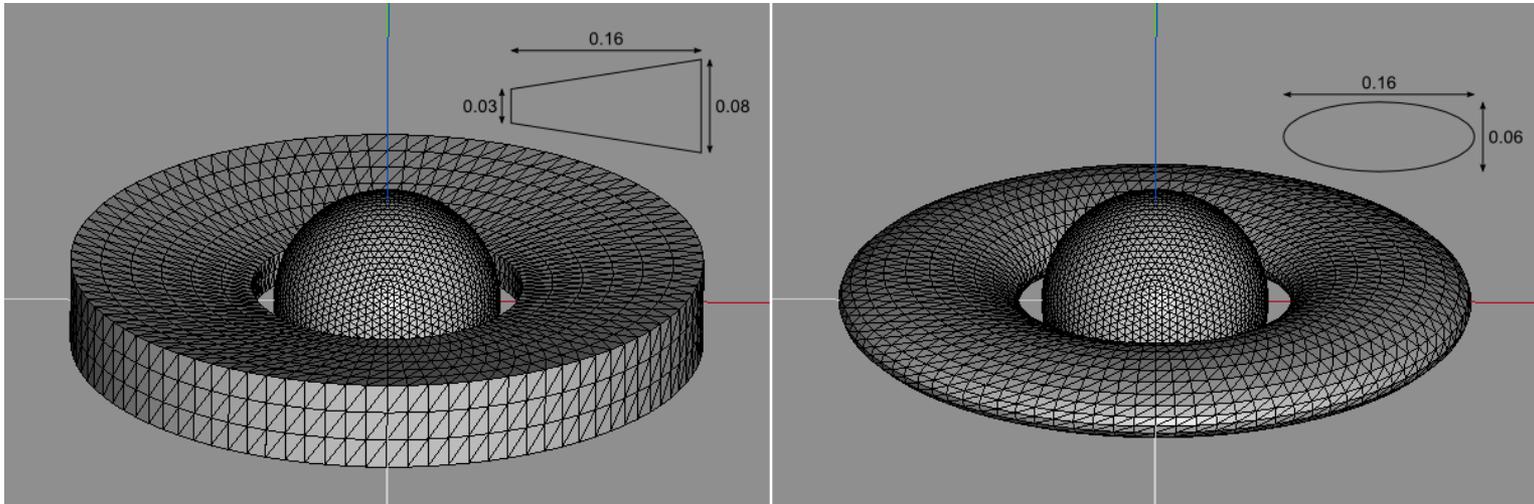
$\ell = 10, m = 5$



$\ell = 10, m = 10$

# Rotaciona mreža

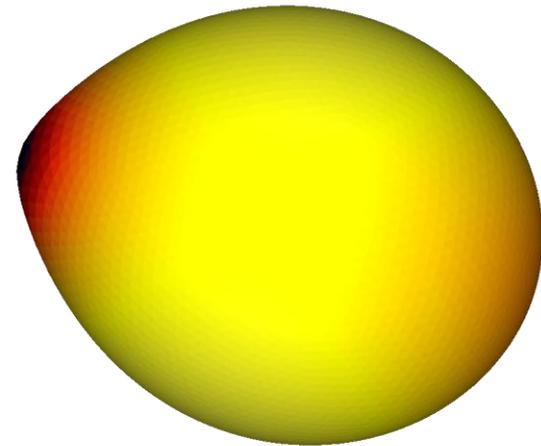
- Osno-simetrični akrecioni diskovi
- Rotacija poprečnog preseka oko prave normalne na orbitalnu ravan
  - Trapez – konusni disk
  - Elipsa – toroidalni disk



# Orbita

---

- Koordinate centra zvezde  $(x_i, y_i, 0)$ 
  - $x_i = a_i \cos \vartheta$
  - $y_i = a_i \sin \vartheta$
- Kružna orbita
  - $\vartheta = 2\pi\Phi$
- Eliptična orbita
  - Iz rešenja Keplerove jednačine
  - $E - e \sin E = M$



# Detekcija vidljivosti

---

- Definicija problema:

Odrediti koje elementarne ćelije se vide iz pozicije posmatrača, tj. ćelije koje doprinose izlaznom fluksu zračenja

- Postoje različita rešenja ovog problema

- Inverzni slikarski algoritam (Infinity)

- Ray-tracing (Đurašević)

- Aproksimiranje horizonta zvezde Fourier-ovim redom (Wilson & Devinney)

- Aproksimiranje projekcije zvezde koja pomračuje konveksnim poligonom (GDDSYN)

- ...

# Inspiracija

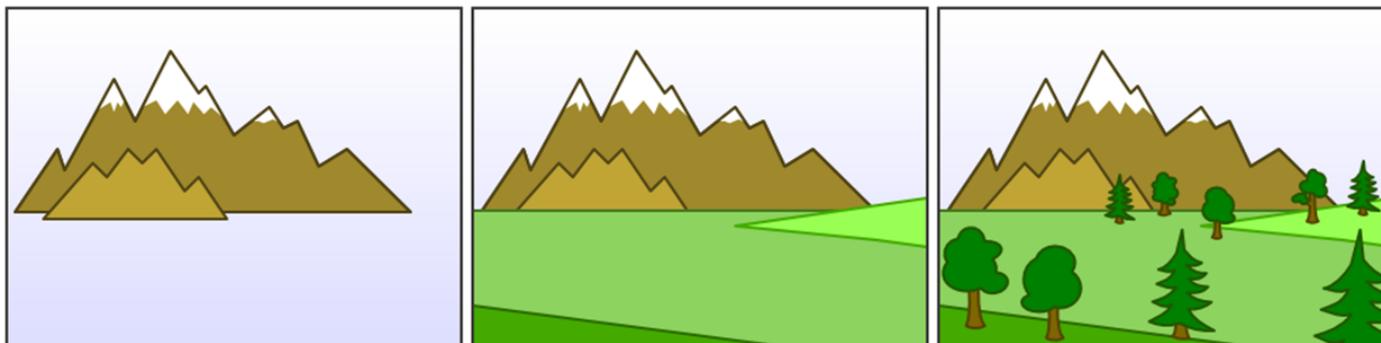
---



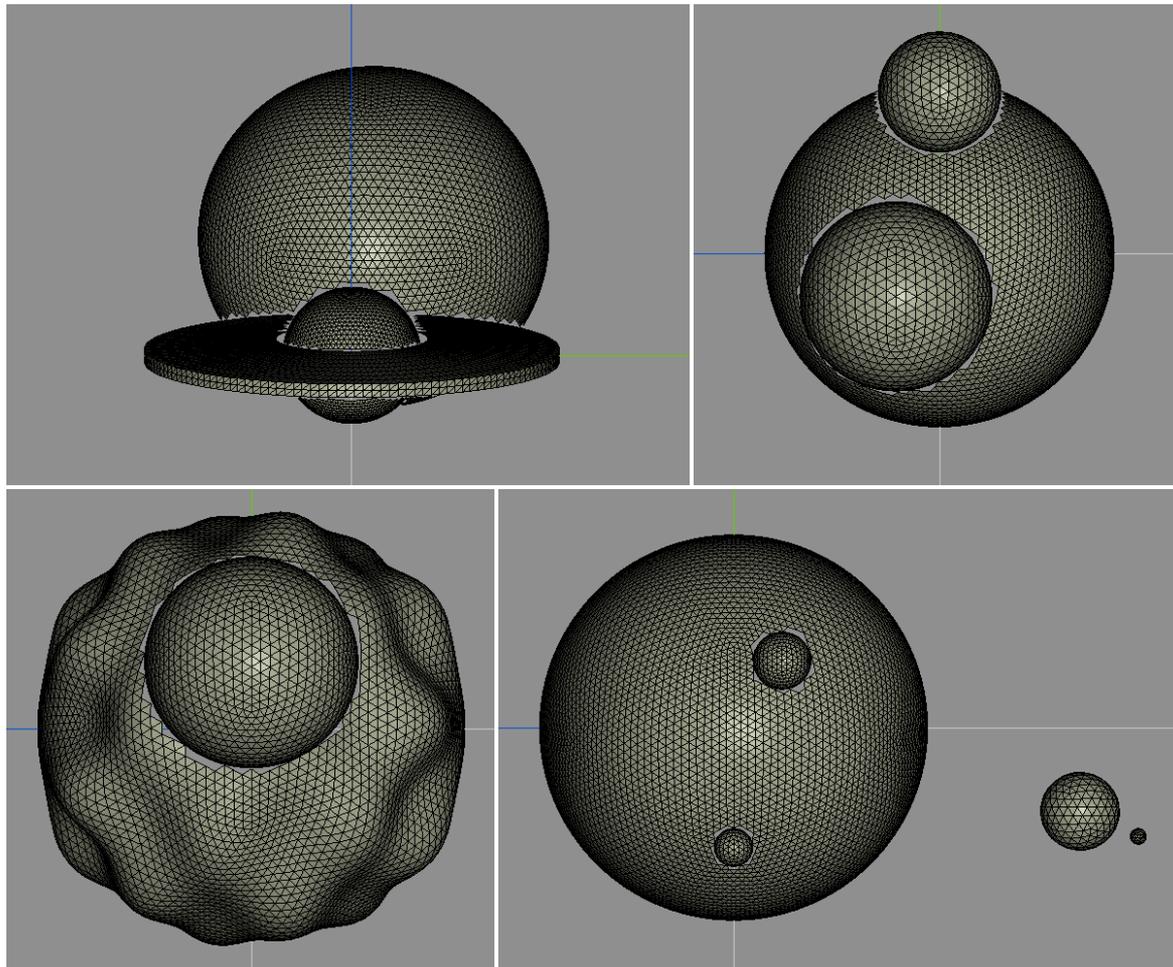
Might & Magic X: Legacy (2014, Ubisoft)

# Slikarski algoritam

- Slikarski algoritam
  - Prvo se crtaju najudaljeniji objekti
  - Bliži objekti prekrivaju dalje
- Inverzni slikarski algoritam
  - Obrnuto sortiranje – od najbližeg ka najdaljem
  - Prvi trougao (najbliži posmatraču) je uvek vidljiv
  - Za svaki sledeći se proveruje da li je iza nekog od vidljivih trouglova
  - Ako nije, dodaje se u listu vidljivih trouglova
  - Ovaj postupak se ponavlja za sve trouglove

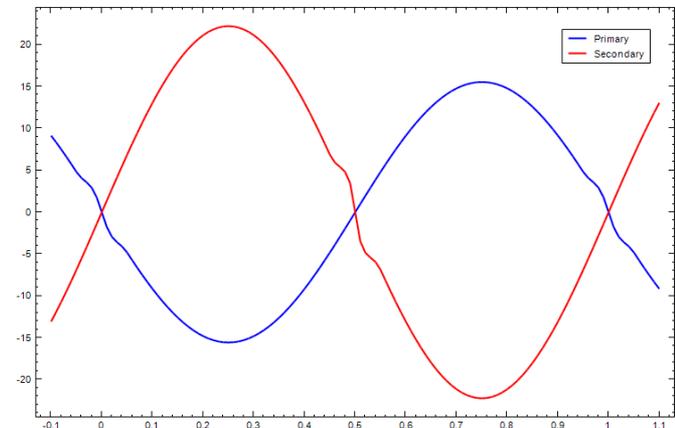
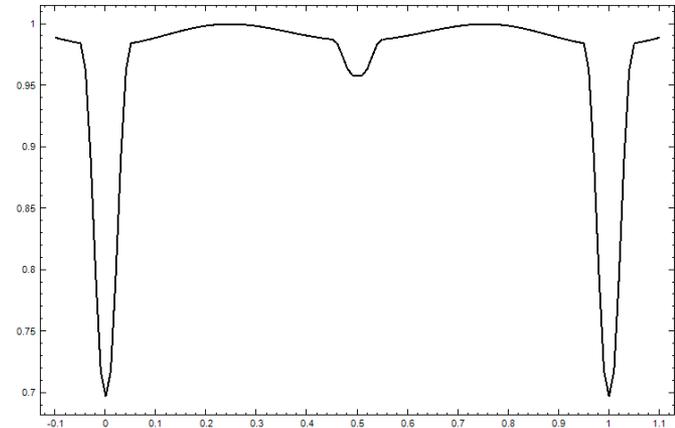


# Primeri



# Fizika

- Kriva sjaja
  - Gravitaciono potamnjenje
  - Efekat refleksije
  - Aktivni regioni (pege)
  - Akrecioni disk
  - Izlazni fluks
    - Potamnjenje ka rubu
- Krive radijalnih brzina
  - Rossiter–McLaughlin efekat

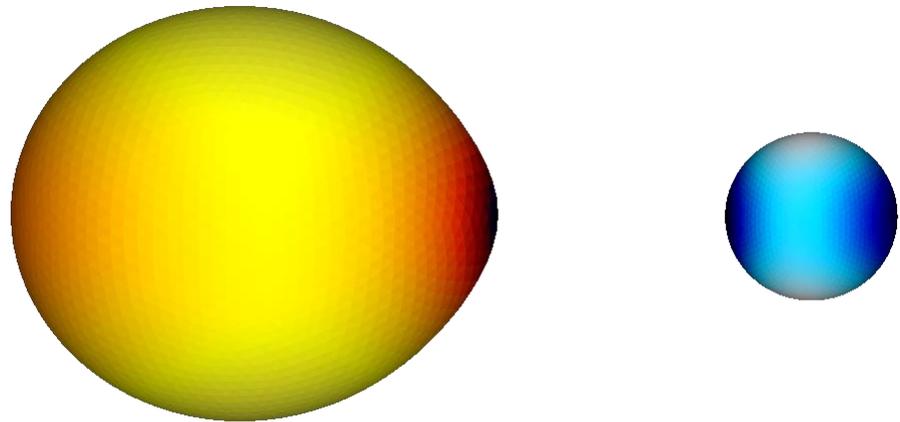


# Gravitaciono potamnjenje

- Kod zvezda koje odstupaju od sfernog oblika postoji gradijent temperature od ekvatora ka polovima
- Von Zeipel-ov zakon (1924)

$$T_i = T_{eff} \left( \frac{g_i}{g_{eff}} \right)^\beta$$

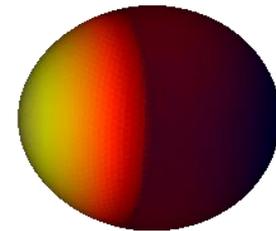
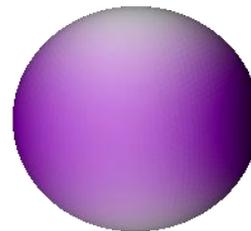
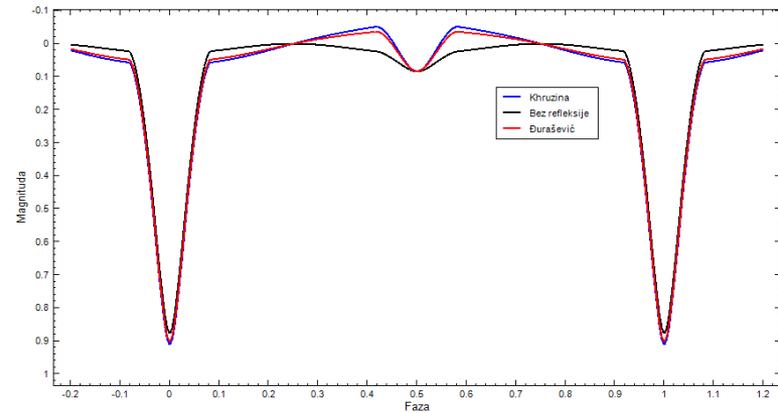
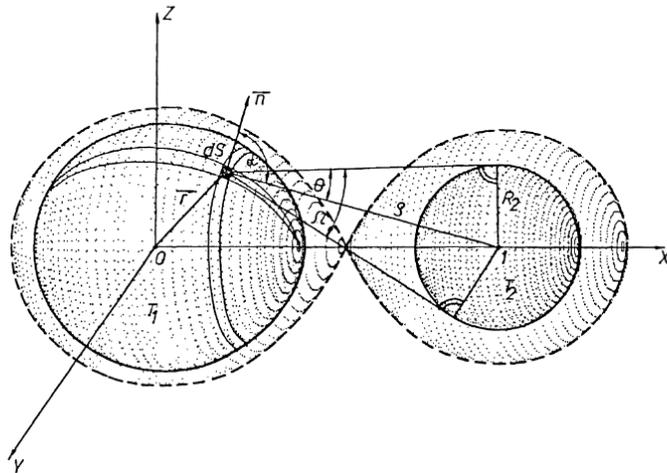
- $\beta \approx 0.25$  za radijativne atmosfere
- $\beta \approx 0.08$  za konvektivne atmosfere



# Efekat refleksije

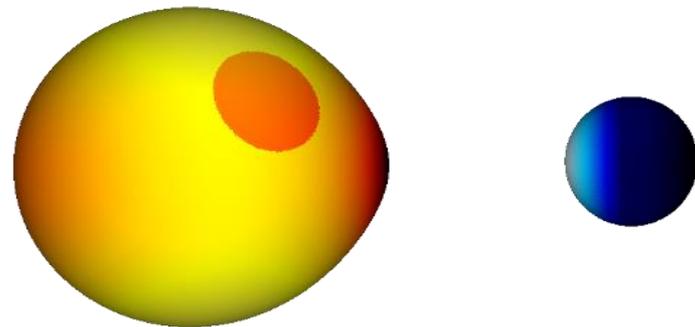
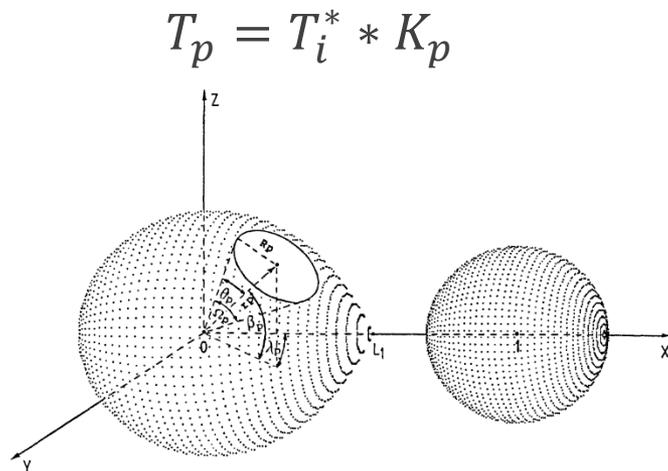
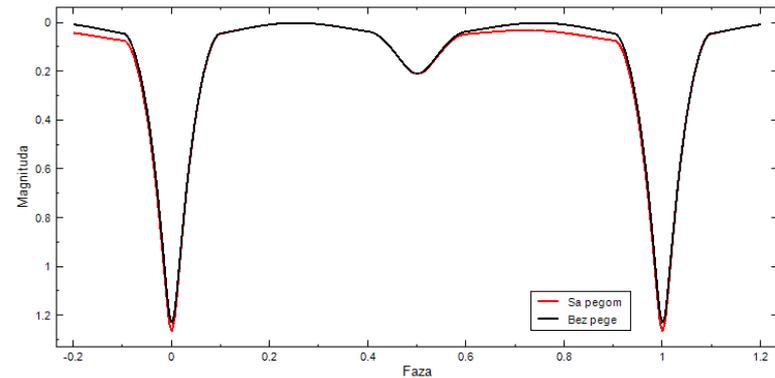
- Međusobno zagrevanje komponentata
- Đuraševićev model refleksije

$$T_i^* = T_i \sqrt[4]{1 + A_1 \cos \alpha \left( 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r_2}{\rho_*}\right)^2} \right) \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4}$$



# Aktivni regioni

- Pege
  - Magnetno polje
  - Hemijske nehomogenosti
- Asimetrične krive sjaja
  - O'Connell-ov efekat
- Raspodela temperature

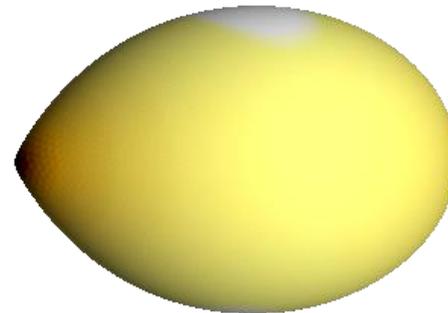
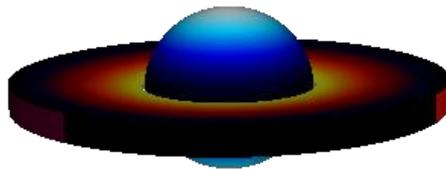


# Akreциони disk

---

- Disk je oko primarne komponente
- Sekundarna ispunjava Roche oval
- Raspodela temperature (Zola)

$$T(\rho) = T_{out} + (T_{in} - T_{out}) \left( 1 - \frac{\rho - R_{in}}{R_{out} - R_{in}} \right)^{a_T}$$



# Izlazni fluks

---

- Kada postoji raspodela temperature po površini zvezde nemoguće je opisati njeno zračenje jednim modelom zvezdane atmosfere
- Svakoj elementarnoj ćeliji se pripisuje model koji odgovara lokalnim vrednostima temperature i gravitacionog ubrzanja

$$F_k = \int I_\lambda(\cos \gamma, T, g) \cos \gamma dS \rightarrow F_k = \sum_i \chi_i I_{\lambda i}(\cos \gamma, T, g) S'_i$$

- Svakoj ćeliji se pripisuje Kurucz-ov model atmosfere (jednodimenzioni planparaleni model)

# Potamnjenje ka rubu

- Geometrijski efekat – u centru diska zvezde vidimo zračenje iz dubljih slojeva nego na rubu

- Claret-ova jednačina

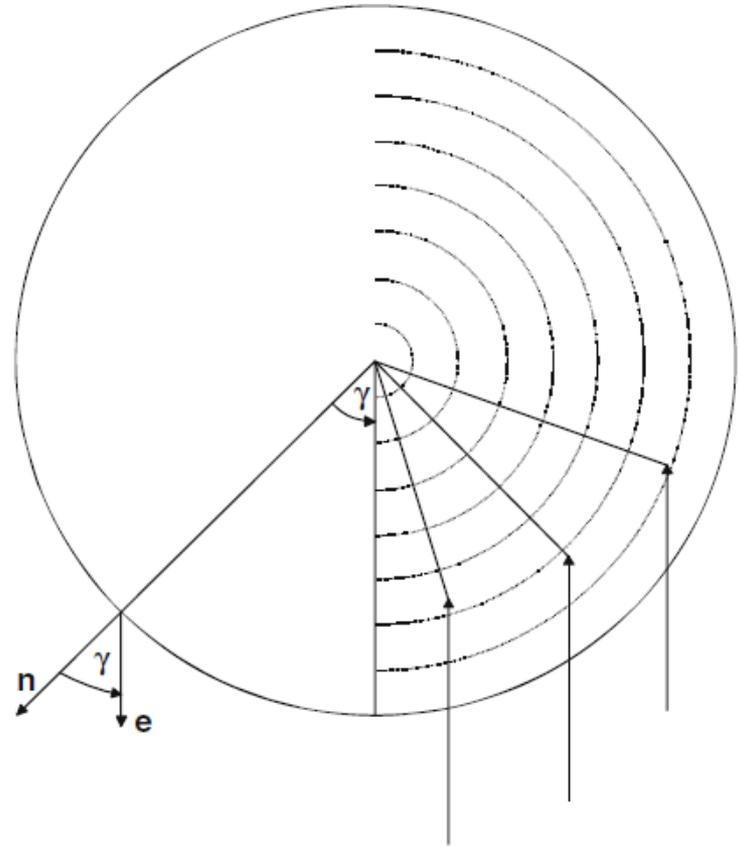
$$D(\cos \gamma) = \frac{I(\cos \gamma)}{I(1)} = 1 - \sum_{k=1}^1 a_k (1 - (\cos \gamma)^{\frac{k}{2}})$$

- Fluks sa komponente  $k$  je

$$F_k = \sum_i \chi_i I_{oi}(T, g) D_i(\cos \gamma) S'_i$$

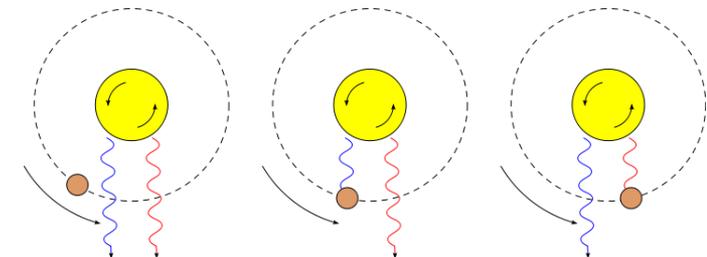
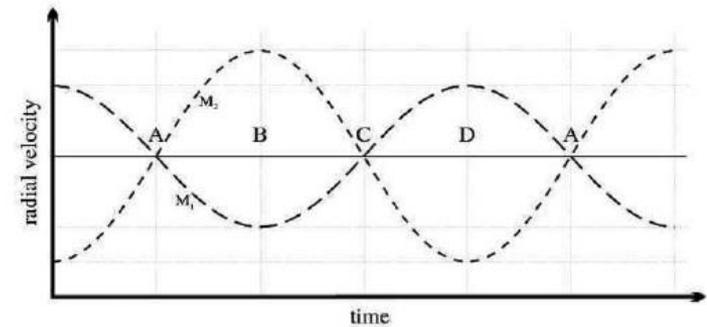
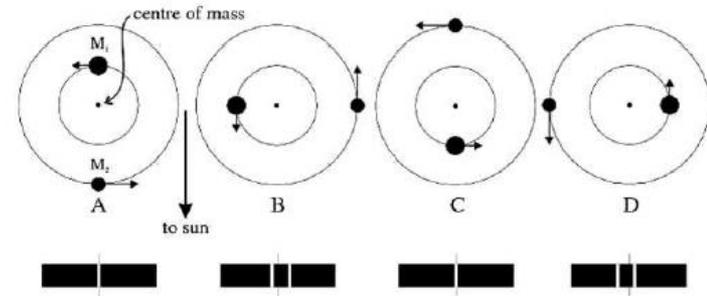
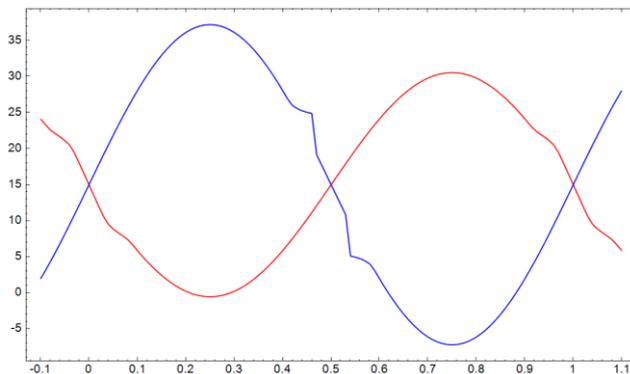
- Ukupni fluks

$$F = F_{prim} + F_{sec} + F_{disc}$$



# Radijalne brzine

- Superpozicija nekoliko kretanja
  - Sopstveno kretanje centra mase sistema
  - Kretanje centra zvezde oko centra mase sistema
  - Kretanje elementarnih ćelija na površini zvezde oko centra zvezde (Rossiter–McLaughlin efekat)

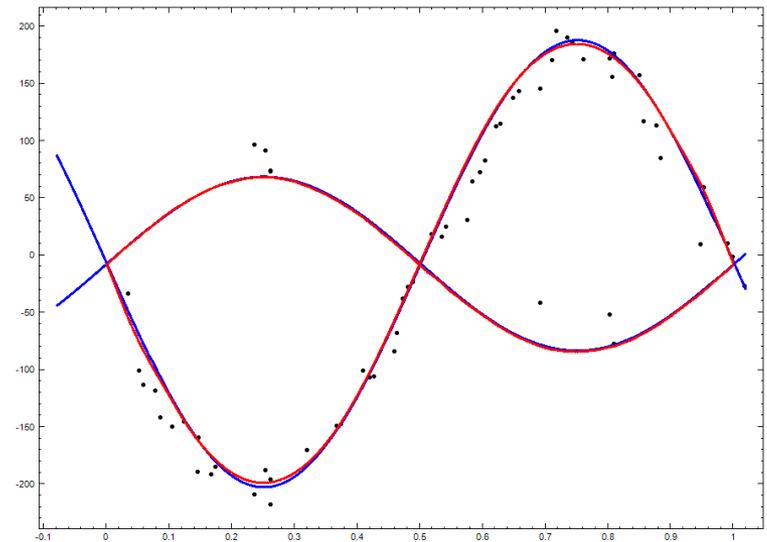
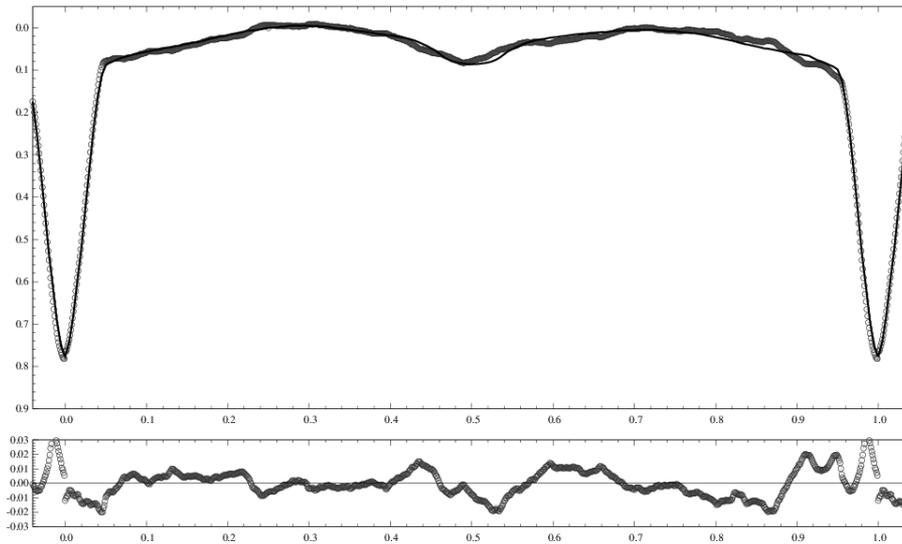


# Rezultat

○ Kriva sjaja

○ Kriva radijalnih brzina

} Ulaz za algoritam za optimizaciju



# Hvala na pažnji

---

## Modeliranje tesno dvojnih sistema

Čeki Atila

attila@aob.rs